

**АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ
УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ И КУРСОВ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ**

УДК 510.6

Для цитирования: Мамхегов А.Б. Применение элементов математической логики в учебном процессе // Научно-методический журнал «Поиск научных решений». 2026. № 2. С. 25–38.

DOI: 10.61077/2949-4818-2026-2-25-38

**ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ЛОГИКИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ**
(Рецензирована)

Мамхегов Астемир Билостанович

Государственное бюджетное учреждение
дополнительного профессионального образования «Центр непрерывного
повышения профессионального мастерства педагогических работников»
Министерства просвещения и науки Кабардино-Балкарской Республики

Аннотация. В предыдущем номере научно-методического журнала «Поиск научных решений» (2026, № 2) мы привели свои соображения по вопросам использования элементов математической логики в учебном процессе в целях повышения качества математического образования в 5-7 классах. Содержание программы по математике в старших классах позволяет более эффективно внедрять представленные методические подходы и схемы, что, несомненно, открывает перспективы в развитии математического образования в системе общего образования. Представляемый материал по внедрению элементов математической логики в учебный процесс, составлен на основе опыта работы в 90-х годах прошлого века, который, несмотря на давность времени, на наш взгляд, сохраняет несомненную актуальность и может эффективно использоваться педагогами в учебном процессе.

Ключевые слова: теорема, посылка теоремы, заключение теоремы, необходимое условие, достаточное условие, конъюнкция, дизъюнкция, уравнение, решение уравнения, система уравнений, совокупность уравнений, неравенства, решение неравенства, система неравенств, совокупность неравенств, деление, делимость, признаки делимости.

APPLICATION OF ELEMENTS OF MATHEMATICAL LOGIC IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Mamkhegov Astemir Bilostanovich

State Budgetary Institution of Additional Professional Education
"Center for Continuous Development of Professional Mastery of Teaching Staff"
of the Ministry of Enlightenment and Science of the Kabardino-Balkarian Republic

Abstract. In the previous issue of the scientific and methodological journal "Search for Scientific Solutions" (2026, No. 2), we presented our thoughts on the use of elements of mathematical logic in the educational process in order to improve the quality of mathematics education in grades 5-7. The content of the mathematics program in high school allows for more effective implementation of the presented methodological approaches and schemes, which undoubtedly opens up prospects for the development of mathematics education in the general education system. The presented material on the introduction of elements of mathematical logic into the educational process is based on the experience gained in the 1990s, which, despite its age, remains relevant and can be effectively used by educators in the educational process.

Keywords: theorem, theorem premise, theorem conclusion, necessary condition, sufficient condition, conjunction, disjunction, equation, solution of an equation, system of equations, set of equations, inequality, solution of an inequality, system of inequalities, set of inequalities, division, divisibility, signs of divisibility.

В учебном процессе возникают следующие общеизвестные проблемы: учащиеся затрудняются различать необходимые и достаточные условия, систему и совокупность уравнений/неравенств; правильно применять простейшие теоретико-множественные обозначения. В связи с этим, целесообразно ввести в учебную программу раздел «Элементы математической логики», либо разработать методику непрерывного (по мере необходимости, диктуемой прохождением конкретных тем) внедрения элементов логики в учебную программу. В данной работе выбран второй вариант, который основан на экспериментальных данных, полученных нами в 90-х годах прошлого века, но, на наш взгляд, не потерявших актуальность и в настоящее время.

Необходимое, достаточное условие.

Необходимое и достаточное условие

Большое внимание нужно уделять изучению понятий «необходимое условие», «достаточное условие», «необходимое и достаточное условие».

Уточнению в математике этих понятий может способствовать установление структурной связи между такими понятиями как прямая теорема; теорема обратная ей; теорема противоположная прямой и теорема обратная противоположной.

Но учебники практически не содержат задачи на выявление этой структурной связи. Понятия «необходимое условие» и «достаточное условие» можно ввести на частных примерах.

Рассмотрим два равенства:

$$x = -y, \quad (1)$$

$$x^2 = y^2, \quad (2)$$

Если верно (1), то верно и (2). Обратное утверждать нельзя.

Говорят, что равенство (2) является **необходимым** условием равенства (1), а равенство (1) является **достаточным** условием равенства (2).

Это эквивалентно другому определению: если $A \Rightarrow B$, то говорят A – достаточное, B – необходимое условие. Исходя из привычного мышления, лучше было бы назвать B – необходимым следствием, а не необходимым условием.

Приведенное в учебнике определение не раскрывает смысла и сути. Например, из этого определения нельзя получить ответ каким условием для B является A : необходимым, достаточным или и тем, и другим.

Приведем предлагаемые нами методики изучения понятий «необходимое» и «достаточное» через установление структурной связи между четырьмя типами теорем: прямой теоремой, обратной ей, противоположной прямой, обратной противоположной.

Знакомство учащихся с высказываниями (5 класс) открывает возможность применения логики высказываний для уточнения указанных понятий.

Пусть A – посылка, B – заключение прямой теоремы, причем ясно, что A и B , сами по себе могут быть как истинными, так и ложными высказываниями. Образует всевозможные теоремы, используя общепринятые определения обратной, противоположной, обратной противоположной теоремы:

$A \Rightarrow B$ – прямая теорема типа логического следования: «если A , то B »;

$B \Rightarrow A$ – обратная теорема;

$A \Rightarrow B$ – противоположная прямой теорема (если не A , то не B);

$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ – обратная противоположной теорема.

Установим связь между этими теоремами, используя понятие импликации:

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$	$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$
И	И	И	И	И	И
И	Л	Л	И	И	Л
Л	И	И	Л	Л	И
Л	Л	Л	И	И	И

Замечаем, что независимо от конкретного содержания, A и B одновременно истинны или одновременно ложны:

1) Прямая и обратная противоположной теоремы;

2) Обратная прямой и противоположная прямой теоремы.

Теперь, используя структурную связь между этими четырьмя типами теорем, уточним понятия «достаточно», «необходимо», «достаточно и необходимо».

Приведем общепринятые определения этих понятий.

Посылка A называется **достаточным условием** для заключения B , если с возникновением или изменением A непременно возникает или изменяется B , т.е. истина прямая теорема.

Посылка A называется **необходимым условием** для заключения, если B не появляется или не изменяется без появления или изменения A , или, если отрицание A непременно влечет отрицание B , т.е. если A необходимо для B , то противоположная теорема истинна.

Посылка A называется **достаточной и необходимой** для заключения B , если выполняются одновременно оба условия.

Из структурной связи между четырьмя типами теорем и приведенных определений легко получаются следующие признаки, облегчающие установление того, является ли посылка A достаточным или необходимым, или достаточным и необходимым условием.

Признак 1. Если в прямой теореме, сформулированной в силлогистической форме, A – только достаточное условие для B , то обратная ей теорема ($B \Rightarrow A$) – будет ложной.

В самом деле. Если обратная теорема оказалась бы истинной, то противоположная ($\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$), будучи связанной с обратной одновременной истинностью, оказалась бы так же истинной. Это противоречит условию: A – только достаточное условие, но не необходимое. Отсюда следует обратный вывод: если обратная теорема ($B \Rightarrow A$) ложна при истинности прямой ($A \Rightarrow B$), то условие A есть только достаточное для B .

Признак 2°. Если в теореме ($A \Rightarrow B$) посылка (A) является достаточным и необходимым условием для заключения (B), то все четыре теоремы будут одновременно истинны.

В самом деле. Из того, что A – достаточное условие для B следует, что прямая теорема ($A \Rightarrow B$) истинна; из того, что A также необходимое условие для B следует, что противоположная ($\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$) теорема истинна. Но прямая с обратной противоположной и противоположная с обратной связаны одновременной истинностью. Следовательно, все четыре теоремы будут истинны.

Обратно, если упомянутые четыре теоремы одновременно истинны, то A есть достаточное и необходимое условие для заключения B .

Признак 3. Если посылка (A) – только необходимое условие для заключения (B) , то прямая теорема $(A \Rightarrow B)$ будет ложной.

Доказательство. Из того, что A необходимое условие для B следует, что теорема $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ истинна (по определению) и, следовательно, истинна так же обратная теорема $(B \Rightarrow A)$. Если допустить, что и прямая теорема $(A \Rightarrow B)$ истинна, то одновременно с ней должна была бы быть истинной и обратная противоположной $(\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$, т.е. оказались бы истинными все четыре теоремы. Это противоречит условию, что A – только необходимое условие, но не достаточное.

Наоборот. Если теорема $(A \Rightarrow B)$ ложна, но противоположная ей $(\bar{A} \Rightarrow \bar{B})$ истинна, то посылка (A) – только необходимое условие для заключения (B) .

Приведём примеры, иллюстрирующие условия «достаточно», «необходимо», «достаточно и необходимо».

Пример 1. Условие A – достаточно для заключения B .

Теорема. Если две прямые a и b перпендикулярны третьей прямой c (прямые a, b, c – принадлежат одной плоскости α), то прямые a и b параллельны. (Теорема истинна).

Прямая теорема $(A \Rightarrow B)$: $(\forall a)(\forall b)(\forall c)[a \perp c \vee b \perp c \Rightarrow a \parallel b]$.

(Форма записи теорем с использованием квантора общности и эквивалентности может быть применена в 10 классе, а в 7 классе их целесообразно опустить, оставив остальное.)

Обратная теорема $(B \Rightarrow A)$: Если прямые a и b , пересекающие прямую c , параллельны, то они $(a$ и $b)$ перпендикулярны прямой c . (Теорема ложна).

$(\forall a)(\forall b)(\forall c)[a * c \vee b * c \wedge a \parallel b \Rightarrow a \perp c \wedge b \perp c]$.

(Здесь знак $*$ означает, что пересечение – не пустое множество).

2⁰. *Применения элементов логики в задачах на делимость*

Приведем примеры, иллюстрирующие условия «достаточно», «необходимо», «достаточно и необходимо».

Противоположная теорема $(\bar{A} \Rightarrow \bar{B})$: Если прямые a и b , пересекающие прямую c , не перпендикулярны прямой c , то они $(a$ и $b)$ не параллельны. (Теорема ложна).

$(\forall a)(\forall b)(\forall c)[\overline{a \perp c} \wedge \overline{b \perp c} \Rightarrow \overline{a \parallel b}]$.

$a, b, c \in \alpha$

Обратная противоположной $(\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$: Если прямые a и b , пересекающие прямую c , не параллельны, то они $(a$ и $b)$ не перпендикулярны. (Теорема истинна).

$(\forall a)(\forall b)(\forall c)[a \times c \wedge b \times c \wedge \overline{a \parallel b} \Rightarrow \overline{a \perp c} \wedge \overline{b \perp c}]$.

$a, b, c \in \alpha$

Пример 2. Условие A необходимо для заключения B .

Теорема. Если натуральное число n делится на 5, то оно делится на 10.

(Заметим, что натуральное число n записывается в десятичной системе счисления:

$$n = (10^{k-1}a_k + 10^{k-2}a_{k-1} + \dots + a_1).$$

Прямая теорема ($A \Rightarrow B$): $(\forall n)[n : 5 \Rightarrow n : 10]$.

(Теорема ложна).

Обратная теорема ($B \Rightarrow A$): $(\forall n)[n : 10 \Rightarrow n : 5]$.

Если натуральное число n делится на 10, то оно делится на 5. (Теорема истинна).

Противоположная теорема ($\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$): $\forall n \in \mathbb{N} [\overline{n : 5} \Rightarrow \overline{n : 10}]$.

Если натуральное число n не делится на 5, то оно не делится на 10. (Теорема истинна).

Обратная противоположной ($\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$): $\forall n \in \mathbb{N} [\overline{n : 10} \Rightarrow \overline{n : 5}]$.

Если натуральное число n не делится на 10, то оно не делится на 5. (Теорема ложна).

Пример 3. Условие A достаточно и необходимо для заключения B .

Теорема. Если сумма S цифр натурального числа n делится на 3, то и само число делится на 3.

Прямая теорема ($A \Rightarrow B$): $\forall n \in \mathbb{N} [s : 3 \Rightarrow n : 3]$.

(Теорема истинна).

Обратная теорема ($B \Rightarrow A$): $\forall n \in \mathbb{N} [n : 3 \Rightarrow s : 3]$.

Если натуральное число n делится на 3, то сумма его цифр делится на 3. (Теорема истинна).

Противоположная теорема ($\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$): $\forall n \in \mathbb{N} [\overline{s : 3} \Rightarrow \overline{n : 3}]$.

Если сумма цифр натурального числа не делится на 3, то и само число не делится на 3. (Теорема истинна).

Обратная противоположной. ($\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$): $\forall n \in \mathbb{N} [\overline{n : 3} \Rightarrow \overline{s : 3}]$.

Если натуральное число не делится на 3, то и сумма его цифр не делится на 3. (Теорема истинна).

Заметим, что доказательство этих теорем в 8 классе может быть проведено в общем виде; в 7 классе целесообразно ограничиться методом неполной индукции, указав учащимся, что они будут доказаны позже.

Применения элементов логики при решении неравенств

Логическая грамотность – необходимая составная часть образовательного минимума, ее отсутствие ведет к непоследовательности и противоречивости мышления, к многочисленным математическим ошибкам.

Например, учащиеся и даже некоторые студенты, не знакомые с законами логики, на вопрос истины или ложны высказывания типа $4 \leq 8$; $5 \geq 5$, отвечают,

что оба высказывания ложны, потому что $4 \neq 8$, а 5 не может быть больше 5. Вот результат бессознательной тренировки в выполнении логических операций. И несмотря на то, что союз «или» довольно часто применялся учащимися, одно лишь его применение не привело к пониманию смысла логического термина «дизъюнкция».

Логическая неграмотность учащихся приводит к неумению строить теоремы, обратные данным, правильно решать уравнения, неравенства. В последнем случае ученики приходят к неверному выводу в результате пренебрежения логической связью между системами неравенств, в связи с применением одного союза вместо другого (например, союза «и» в смысле «или» или наоборот).

Точность записи решения, которую обеспечивает математическая логика, позволяет избежать подобных ошибок.

Пример. Решить неравенство:

$$\frac{6x + 3}{7 - x} < 0.$$

Учащиеся, начиная решать неравенства такого типа, рассматривают довольно часто вместо совокупности двух систем, их конъюнкцию, не видя различия между знаками совокупности и системы, т.е. они рассуждают так: «неравенство верно, когда

$$\begin{cases} 6x + 3 < 0, \\ 7 - x > 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 6x + 3 > 0, \\ 7 - x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{1}{2}, \\ x < 7. \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x > 7. \end{cases}$$

Значит, $x > 7$ и $x < -\frac{1}{2}$ ».

Приходят к выводу, что данное неравенство не имеет решения. К ошибке их привело то, что они вместо объединения множеств решений двух систем исходного неравенства взяли их пересечение.

Запись решения данного неравенства с помощью символов логических понятий позволяет избежать этой ошибки, а также позволяет точно и кратко представить ход решения:

$$\begin{aligned} \frac{6x + 3}{7 - x} < 0 &\Leftrightarrow [(6x + 3 > 0) \wedge (7 - x < 0)] \wedge [(6x + 3 < 0) \wedge (7 - x > 0)] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left[\left(x > -\frac{1}{2} \right) \wedge (x > 7) \right] \vee \left[\left(x < -\frac{1}{2} \right) \wedge (x < 7) \right] \Leftrightarrow (x > 7) \vee \left(x < -\frac{1}{2} \right). \\ M_x \left[\frac{6x+3}{7-x} < 0 \right] &= M_x \left[(x > 7) \vee \left(x < -\frac{1}{2} \right) \right] = M_x [x > 7] \cup M_x \left[x < -\frac{1}{2} \right] = \\ &= \left(-\infty, -\frac{1}{2} \right) \cup (7, \infty). \end{aligned}$$

В зависимости от условия предложенного учащимися неравенства, иногда они могут получить верный ответ при неверном ходе решения.

Например, при решении неравенства $\frac{4x-2}{4x+3} < 0$ они поступают так:

$$\begin{cases} 4x - 2 > 0, \\ 4x + 3 < 0. \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 4x - 2 > 0, \\ 4x + 3 > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \frac{1}{2}, \\ x < -\frac{3}{4}. \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x < \frac{1}{2}, \\ x > -\frac{3}{4}. \end{cases}$$

В данном случае, независимо от того, что учащимися была взята конъюнкция двух систем, вместо их совокупности, ответ был получен верный:

$$-\frac{3}{4} < x < \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad \left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

Использование логической символики при записи решения этого неравенства приводит к такому же результату потому, что множество решений одной из систем (в нашем случае, первой) есть пустое множество:

$$\begin{aligned} \frac{4x-2}{4x+3} < 0 &\Leftrightarrow [(4x-2 > 0) \wedge (4x+3 < 0)] \vee [(4x-2 < 0) \vee (4x+3 > 0)] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left[\left(x > \frac{1}{2}\right) \wedge \left(x < -\frac{3}{4}\right)\right] \vee \left[\left(x < \frac{1}{2}\right) \wedge \left(x > -\frac{3}{4}\right)\right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow [x \in \emptyset] \vee \left[\left(x < \frac{1}{2}\right) \wedge \left(x > -\frac{3}{4}\right)\right]. \\ M_x \left[\frac{4x-2}{4x+3} < 0\right] &= \emptyset \cup \left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right). \end{aligned}$$

Таким образом, порой, в силу случайностей, учащиеся получают верный ответ, но чаще приходят к неправильному результату.

Применение общелогических операций в явном виде помогает учащимся безошибочно определить множество решений неравенств и уравнений.

Экспериментальные материалы

При проведении эксперимента (г. Нальчик, лицей № 2, 10 классы) было замечено, что большинство учащихся чувствуют себя неуверенно при доказательстве геометрических теорем и решении задач, когда нужно выяснить «что доказывается», «из чего это следует и почему». Теорема, представленная в форме условного предложения, не только помогает учащимся четко видеть условие теоремы и ее заключение, но дает возможность сформулировать теорему, обратную данной. В действующих учебных пособиях по геометрии учащихся знакомят с условной формой теоремы в 7 классе.

Кроме того, знакомство с примерной структурой математического доказательства способствует «раскованности» ученика при решении задач на доказательство, самостоятельном доказательстве теорем, помогает усвоить новый материал. В учебных пособиях для средней школы об этом не говорится.

Ученикам «10-Э» класса при изучении ими темы «Параллельные плоскости», было предложено самостоятельно доказать две теоремы по этой теме:

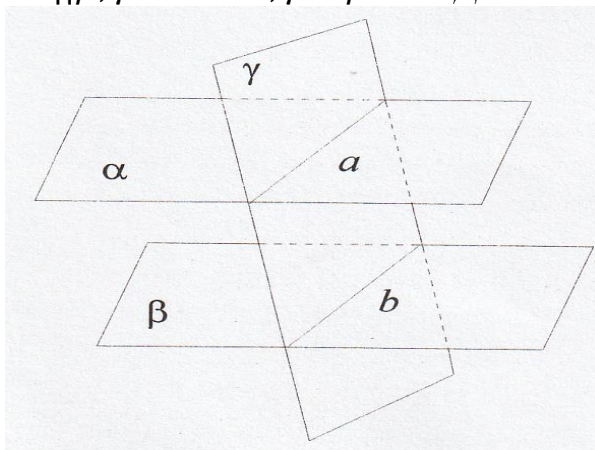
Теорема 1 °. Если две параллельные плоскости пересечены третьей плоскостью, то линии пересечения параллельны.

Теорема 2°. Через данную вне плоскости точку можно провести одну и только одну плоскость, параллельную данной плоскости.

Учащиеся с заданием не справились. В параллельном классе «10-М», с учениками которого неоднократно решались и доказывались задачи и теоремы с пояснением их общелогической структуры, учащиеся понимают доказательство как построение логически последовательной цепочки предложений, каждое из которых обосновано с помощью известных определений понятий, аксиом или уже доказанных утверждений.

Допуская, что условие истинно, следя за истинностью цепочки рассуждений, приходят к истинности заключения. Эти ученики дали математическое грамотное доказательство обеих теорем в следующей форме:

Теорема 1°. Дано: $\alpha \parallel \beta, \gamma \cap \alpha = a, \gamma \cap \beta = b$. Доказать: $a \parallel b$.



Доказательство. От противного:

1) Допустим $a \cap b = A$.

2) Но $\alpha \parallel \beta, \alpha \neq \beta$.

3) $\left. \begin{matrix} A \in a \\ A \in b \end{matrix} \right\} = (A \in \alpha \wedge A \in \beta) \Rightarrow$

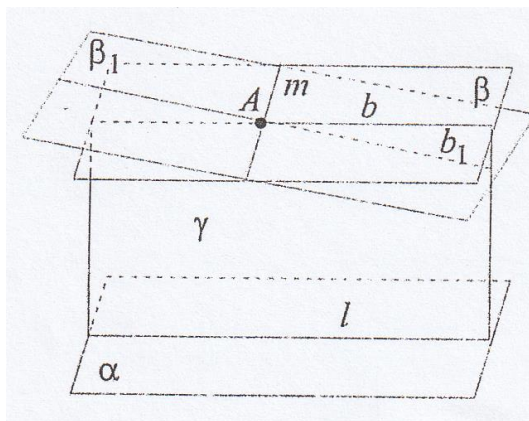
(5 аксиома) $\alpha \cap \beta = A$ – что противоречит условию.

4) Значит $a \parallel b$.

Теорема 2°.

Дано: $A \notin \alpha$.

Доказать: $\exists! \beta, \beta \parallel \alpha$.



Доказательство.

1) $A \in \alpha, A \in \beta, \beta \parallel \alpha$.

2) Допустим $\exists \beta_1 \parallel \alpha, A \in \beta_1, \beta \neq \beta_1$.

3) (Аксиома 5. Если две различные плоскости имеют общую точку, то их пересечение есть прямая) $\Rightarrow \beta \cap \beta_1 = m$.

4) Проведём прямую l такую, что $l \div m, l \in \alpha$.

5) (Следствие 2°. Через две пересекающиеся прямые можно провести одну и только одну плоскость.) $\Rightarrow \exists \gamma, A \in \gamma, l \in \gamma$.

6) $\gamma \cap \beta = b, \gamma \cap \beta_1 = b_1$.

7) (Теорема 7: Если плоскость пересекает две параллельные плоскости, то линии пересечения параллельны между собой) $\Rightarrow b \parallel l, b_1 \parallel l$.

Противоречие с определением параллельности прямых, (Определение. Две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общей точки или совпадают.)

8) Значит $\exists! \beta, b \parallel \alpha$.

В отличие от учебных пособий по геометрии, в учебниках по алгебре недостаточно использованы общие логические понятия и соответствующий язык, хотя их использование не отвергается авторами программы по алгебре.

В обязательной записке к программе читаем: «В связи с изучением уравнений и неравенств естественно познакомить учащихся с общими логическими понятиями».

Это требование навечно, в частности, из-за ошибок, которые получаются от неточных записей решения, а это результат незнания общелогических понятий.

Действительно, приведём примеры из опыта.

Учащимся «10-Э» класса (средний по уровню знаний) и «10-М» класса (с учащимися решались упражнения на использование знаний логических понятий) было предложено решить несколько упражнений.

Рассмотрим некоторые из них.

Пример 1, Учащиеся класса «Э» при решении уравнения $|x - 4| + 3x = 0$ получили два решения: $\{1; -2\}$.

Ход их решения таков:

$$|x - 4| + 3x = 0,$$

$$|x - 4|^2 = (-3x)^2$$

$$8x^2 + 8x - 16 = 0,$$

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -2,$$

$$M_x = \{1; -2\}.$$

Ни один из учащихся не сделал проверки, поэтому посторонний корень ($x = 1$) остался не выявленным.

Учащиеся, знакомые с понятием дизъюнкции, конъюнкции и символическим языком математики («10-М»), решили это уравнение верно, избежали ошибки, допущенные в параллельном классе:

$$|x - 4| + 3x = 0,$$

$$\begin{cases} 4x - 4 = 0, \\ x - 4 \geq 0. \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} 2x + 4 = 0, \\ x - 4 < 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 1, \\ x \geq 4. \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2, \\ x < 4. \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x < 4. \end{cases}$$

$$M_x[|x - 4| + 3x = 0] = \emptyset \cup \{-2\} = \{-2\}.$$

Пример 2°. Решить уравнение: $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$.

Большинство учащихся, знакомых с элементами математической логики, решили это уравнение следующим образом:

$$(x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0) \Leftrightarrow [(x - 3)(x - 2)(x + 2) = 0]$$

С помощью преобразований пришли к совокупности уравнений:

$$[(x - 3 = 0) \vee (x - 2 = 0) \vee (x + 2 = 0)] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow M_x[x = 3] \cup [x = 2] \cup [x = -2] =$$

$$= [x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0] = \{-2; 2; 3\}.$$

Такая форма записи позволяет избежать ошибки при нахождении множества решений данного уравнения.

Пример 3°. Решить неравенство: $\frac{x-7}{x-3} > 0$.

Вследствие слабых знаний логической связи, при решении этого (и подобных ему) неравенства, учащиеся «10-Э» класса пришли к неверному ответу: данное неравенство не имеет решения.

Вот их рассуждение:

«Неравенство распадается на две системы:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x - 7 > 0, \\ x - 3 > 0. \end{cases} & \quad \begin{cases} x > 7, \\ x > 3. \end{cases} \Rightarrow x > 7. \\ \begin{cases} x - 7 < 0, \\ x - 3 < 0. \end{cases} & \quad \begin{cases} x < 7, \\ x < 3. \end{cases} \Rightarrow x < 3. \end{aligned}$$

Ответ: $x < 3$ и $x > 7$, решения нет».

Применение логических операций позволяет полностью записать на точном языке рассуждения, которое выполняется при решении данного неравенства. Знание же смысла понятий конъюнкции и дизъюнкции привело учащихся «10-М» класса, знакомых с ними, к правильному ответу:

$$\begin{aligned} \frac{x-7}{x-3} > 0 & \Leftrightarrow [(x-7 > 0) \wedge (x-3 > 0)] \vee [(x-7 < 0) \wedge (x-3 < 0)] \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow [(x > 7) \wedge (x > 3)] \vee [(x < 7) \wedge (x < 3)] \Leftrightarrow (x > 7) \vee (x < 3); \\ M_x \left[\frac{x-7}{x-3} > 0 \right] & = M_x [x > 7] \cup [x < 3] = (-\infty; 3) \cup (7; +\infty). \end{aligned}$$

Заключение

Неправильные ответы, полученные учащимися в ходе проверки, говорят о том, что обучение математике традиционными методами, пренебрегающими общелогическими понятиями, не достигают логического развития.

Использование в школьной программе по математике общих логических понятий и соответствующего языка необходимо для поднятия уровня общей логической подготовки учащихся, для более широкого развития культуры их математического мышления. Это не только необходимо, но и возможно, о чём говорят многочисленные эксперименты, проводимые по стране. Это же подтвердилось и в нашей работе по использованию общелогических понятий в процессе преподавания математики в школе.

Приведенные нами здесь методические рекомендации также говорят о необходимости и возможности более раннего изучения элементов логики в школьном курсе математики в целях развития мышления учащихся.

Список источников и литературы

1. Алгебра. 7 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. М.: Просвещение, 2001–2025.
2. Алгебра. 8 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. М.: Просвещение, 2001–2025.
3. Алгебра. 9 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. М.: Просвещение, 2001–2025.
4. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. М.: Просвещение, 2001–2025.
5. Геометрия. 10-11 классы / Под ред. Л.С. Атанасяна. М.: Просвещение, 2001–2025.
6. Мамхегов А.Б. Математическое образование и развитие логического мышления обучающихся // Научно-методический журнал «Поиск научных решений». 2026. № 1. С. 68–80.
7. Мамхегов А.Б., Мамхегов К.А. Развитие мышления учащихся в процессе изучения элементов математической логики. Нальчик : Республиканский дворец творчества детей и юношества Министерства образования и науки Кабардино-Балкарской Республики, 2002. 32 с.
8. Математика в школе. 1963. № 5.
9. Математика в школе. 1969. № 5.
10. Математика в школе. 1970. № 1.
11. Погорелов А.В. Геометрия. 7–11 классы. М.: Просвещение, 1999–2014.
12. Столяр А.А. Педагогика математики. Минск: Высшая школа, 1984.
13. Темроков И.Х. Логическая структура школьного курса математики // В помощь учителю. Нальчик: Эльбрус, 1976. №№20, 21.
14. Темроков И.Х. Избранные главы методики преподавания математики. Учебное пособие. Нальчик: КБГУ, 1983. 88 с.

References

1. Algebra. 7 klass. Ucheb. posobie dlya obshcheobrazovat. shkoly [Algebra. 7th grade. Textbook for general education schools]. Moscow, Prosveshchenie, 2001–2025, *in Russian*.
2. Algebra. 8 klass. Ucheb. posobie dlya obshcheobrazovat. shkoly [Algebra. 8th grade. Textbook for general education schools]. Moscow, Prosveshchenie, 2001–2025, *in Russian*.
3. Algebra. 9 klass. Ucheb. posobie dlya obshcheobrazovat. shkoly [Algebra. 9th grade. Textbook for general education schools]. Moscow, Prosveshchenie, 2001–2025, *in Russian*.
4. Algebra i nachala analiza. 10–11 klassy. Ucheb. posobie dlya obshcheobrazovat. shkoly [Algebra and fundamentals of analysis. 10–11 grades.

Textbook for general education schools]. Moscow, Prosveshchenie, 2001–2025, *in Russian*.

5. Geometriya. 10–11 klassy [Geometry. 10–11 grades] / Ed. by L.S. Atanasyan. Moscow, Prosveshchenie Publ., 2001–2025, *in Russian*.

6. Mamkhegov A.B. Matematicheskoe obrazovanie i razvitie logicheskogo myshleniya obuchayushchikhsya [Mathematical education and development of students' logical thinking]. *Nauchno-metodicheskiy zhurnal «Poisk nauchnykh resheniy»*, 2026, no. 1, pp. 68–80, *in Russian*.

7. Mamkhegov A.B., Mamkhegov K.A. Razvitie myshleniya uchashchikhsya v protsesse izucheniya elementov matematicheskoy logiki [Development of students' thinking in the process of studying elements of mathematical logic]. Nalchik, Republican Palace of Creativity for Children and Youth of the Ministry of Education and Science of the Kabardino-Balkarian Republic, 2002. 32 p., *in Russian*.

8. Matematika v shkole [Mathematics at school]. 1963, no. 5, *in Russian*.

9. Matematika v shkole [Mathematics at school]. 1969, no. 5, *in Russian*.

10. Matematika v shkole [Mathematics at school]. 1970, no. 1, *in Russian*.

11. Pogorelov A.V. Geometriya. 7–11 klassy [Geometry. 7–11 grades]. Moscow, Prosveshchenie, 1999–2014, *in Russian*.

12. Stolyar A.A. Pedagogika matematiki [Pedagogy of mathematics]. Minsk, Vysheyshaya shkola, 1984, *in Russian*.

13. Temrokov I.Kh. Logicheskaya struktura shkolnogo kursa matematiki [Logical structure of the school mathematics course]. *V pomoshch uchitelyu*. Nalchik, Elbrus, 1976, no. 20, 21, *in Russian*.

14. Temrokov I.Kh. Izbrannye glavy metodiki prepodavaniya matematiki. Uchebnoe posobie [Selected chapters of the methodology of teaching mathematics. Textbook]. Nalchik, KBGU, 1983. 88 p., *in Russian*.

Статья поступила в редакцию 02.06.2026;
одобрена после рецензирования 17.06.2026;
принята к публикации 22.06.2026.

The paper was submitted 02.06.2026;
approved after reviewing 17.06.2026;
accepted for publication 22.06.2026.