

Математика и искусственный интеллект в образовании

УДК 372.851

Для цитирования: Мамхегов А.Б. Математическое образование и развитие логического мышления обучающихся // Научно-методический журнал «Поиск научных решений». 2026. № 1. С. 68–80.

DOI: 10.61077/2949-4818-2026-1-68-80

**Математическое образование и
развитие логического мышления обучающихся****Мамхегов Астемир Билостанович**

Государственное бюджетное учреждение
дополнительного профессионального образования «Центр непрерывного
повышения профессионального мастерства педагогических работников»
Министерства просвещения и науки Кабардино-Балкарской Республики

Аннотация. С 60-х годов прошлого века учёные и методисты проводят различные эксперименты по внедрению элементов математической логики в учебный процесс по математике в школе. К настоящему времени не достигнуто единое мнение о месте в программе и содержании учебного материала по данной теме. В связи с этим сохраняются: актуальность проблемы; точка зрения и дидактический материал из опыта работы по данной проблеме. Они требуют, на наш взгляд, осмысления при намечающейся реформе и внедрения в учебный процесс.

Ключевые слова: логика, законы логики, логическая культура мышления, логические понятия, символы и операции, логика высказываний, логический аппарат, логическая структура предложений и доказательств, логическое следование, конъюнкция и дизъюнкция высказываний.

**Mathematical education and
the development of students' logical thinking****Mamkhegov Astemir Bilostanovich**

State Budgetary Institution of Additional Professional Education
"Center for Continuous Development of Professional Mastery of Teaching Staff"
of the Ministry of Enlightenment and Science of the Kabardino-Balkarian Republic

Abstract. Since the 60s of the last century, scientists and methodologists have been conducting various experiments to introduce elements of mathematical logic into the educational

process of mathematics at school. To date, there is no consensus on the place in the program and the content of the educational material on this topic. In this regard, they remain: the relevance of the problem; point of view and didactic material from the experience of working on this problem. In our opinion, they require reflection in the upcoming reform and implementation in the educational process.

Keywords: logic, laws of logic, logical culture of thinking, logical concepts, symbols and operations, logic of statements, logical apparatus, logical structure of sentences and proofs, logical sequence, conjunction and disjunction of statements.

Постановка проблемы

В отличие от разговорного языка, который неодинаков у различных народов, логический строй мышления носит общечеловеческий характер. Выдвигаемые логикой требования обязательны для каждого человека, если только он стремится в своем рассуждении добиться истинных результатов.

Логические нормы общеобязательны, это обусловлено тем, что в своей практической деятельности люди взаимодействуют между собой и объективным миром и вынуждены, во избежание провала, считаться с его законами. Сами логические законы должны рассматриваться как необходимые условия для того, чтобы человек мог сформировать мыслительный образ, адекватный объективной действительности.

Нередко рассуждение строится неправильно, с нарушением логических норм, что неизбежно приводит к неправильности мышления. В ряде случаев логические ошибки в рассуждениях появляются вследствие того, что человек не привык следить за процессом построения мыслей, не знает логических правил, в целом не имеет достаточной логической культуры.

Отсюда следует, что изучение логики и строгое следование ее правилам представляют собой важный фактор для поднятия уровня мышления человека.

Знание логики дает возможность правильно построить даже сложные рассуждения, не допуская ошибок или же своевременно вскрывать ошибку, если она уже допущена. Овладение законами логики дает возможность сознательного применения и повышения уровня логической культуры мышления. Прочное усвоение логических норм и повышение логической культуры мышления входят как составная часть в общий процесс поднятия уровня сознательности членов нашего сообщества.

Велико значение логики в педагогическом процессе. В свое время выдающийся русский педагог К.Д. Ушинский выдвигал формирование мыслительных способностей и выработку навыков правильного строения мысли у учащихся как важнейшую задачу педагогов.

Логика как наука возникла до нашей эры, существует на протяжении многих веков. Она занимается исследованием процесса мышления, раскрывает

лежащие в его основе закономерности. Зародилась эта наука ещё в Древней Греции. Её основоположником был древнегреческий философ Аристотель, который и открыл важнейшие законы логического мышления.

Логическое учение Аристотеля в дальнейшем было положено в основу формальной логики, которая получила своё название в связи с тем, что она сосредотачивает внимание на исследовании формы мышления как чего-то готового и законченного, отвлекаясь при этом от конкретного содержания мыслей.

Для развития науки значение формальной логики знаменательно тем, что на её почве возникла математическая логика. Это подчеркнуто в работах английского математика Дж. Буля (XIX в.). Математическая логика отличается от формальной логики тем, что она, исходя из основных законов формальной логики, исследует закономерности логических процессов на основе применения математических методов. Для математической логики характерна формализация логических операций, полное абстрагирование от конкретного содержания предложений, выражающих какое-либо суждение.

Возникновение математической логики связано с глубокими процессами в математике, выразившимися в появлении новых её отраслей (неевклидовой геометрии, теории множеств, топологии и др.). Это привело к необходимости логического анализа основ математики. Современная математика достигла высокого уровня развития и с некоторых пор было замечено отставание школьной методики обучения математике от развития современной математики. Появилась необходимость в такой методике, которая бы значительно сблизила школьную трактовку математических понятий с их современной научной трактовкой, изменила бы содержание обучения введением элементов теории множеств, математической логики и других вопросов классической и современной математики.

Мнения по вопросу о месте элементов математической логики в общеобразовательной школе компетентных математиков и педагогов разошлись.

Одни выдвигали требование отвести этому разделу одно из основных мест в школьной математике, так как хорошо продуманный способ изложения этого раздела способствовал бы лучшему пониманию многих традиционных тем таких как «Функции и графики», «Решение систем уравнений и неравенств», «Начала аналитической геометрии» и др., а также повышению общего уровня культуры мышления учащихся, более экономному изложению курса школьной математики.

Другие считают, что даже упоминание об элементах логики в школе излишне и вредно. А если есть время, лучше использовать его для

рассмотрения живых, актуальных, интересных разделов современной науки, а не сухой, мёртвой области.

Но доводы последних резко противоречат основным целям массового обучения математике.

Начало 1960-х годов в нашей стране было отмечено многочисленными экспериментальными поисками, направленными на определение содержания и методов обучения математике в школе. Эксперименты проводились в отдельных классах и школах различными научными коллективами и отдельными математиками-энтузиастами в Москве, Санкт-Петербурге, Киеве, Тбилиси, Новосибирске и др.

Составлялись разнообразные логические тесты, которые подтвердили, что «одна, пусть даже многолетняя, тренировка в выполнении простейших логических операций, выражаемых на обычном языке словами «не», «и», «или», «если, ... то», без их специального изучения, не приводит к усвоению точного смысла этих операций, к необходимому логическому развитию учащихся, особенно средних и слабых» [Столяр 1984]. Нельзя не согласиться с В.А. Вышенским, призывающим к тому, «чтобы основные идеи логики пронизывали бы всё преподавание школьной математики независимо от того, какова будет программа» [Математика... 1970].

Статья посвящена проблеме использования логических понятий и символов в преподавании математики в средней школе и их влиянии на развитие мышления учащихся. В ней исследуются проблемы эффективности и необходимости более раннего знакомства учащихся школы с элементами математической логики в процессе обучения математике и разрабатываются рекомендации по улучшению логической культуры учащихся.

Исходными материалами послужили исследования видных методистов – математиков, таких как А.Н. Колмогоров, Ю.Н. Макарычев, К.И. Нешков, И.Л. Никольская, А.А. Столяр, И.Х. Темроков и др. [Макарычев, Нешков 1970; Математика... 1063; Математика... 1969; Математика 5 класс... 1970; математика... 2000–2026; Погорелов 2014; Темроков 1976]. При составлении методических рекомендаций использовались в основном материалы действующих школьных учебников [Алгебра. 7 класс 2001–2026; Алгебра. 8 класс 2001–2025; Алгебра. 9 класс 2001–2025; Геометрия 2001–2025; Математика. 5 класс 2000–2026; математика. 6 класс 2000–2026].

Работа основана на опыте работы в лицее №2 г. Нальчика в 1990-х годах [Мамхегов А.Б., Мамхегов К.А. 2002], но для нынешнего времени это не принципиально и наш опыт и приводимые материалы не зависят от новых учебников, программ и могут, на наш взгляд, с успехом использованы в учебном

процессе школы и в настоящее время.

Традиционное школьное обучение и логическое развитие учащихся

Математику называют первой в ряду ведущих отраслей естествознания, развитие которых определяет дальнейшие перспективы научно-технического прогресса.

В этих условиях совершенно недопустимо значительное отставание школьного математического образования от развития математической науки и пересмотр его содержания стал задачей большого государственного значения.

В связи с пересмотром содержания школьного математического образования возникает ряд важнейших педагогических проблем.

Математика представляет собой такую науку, в которой умозаключение играет более важную роль по сравнению с другими науками. Поэтому уместен вопрос о возможном объеме и содержании математической логики в школьном курсе математики.

Представляется бесспорной целесообразность хотя и постепенного, но достаточно широкого введения в школьный курс математики логико-математической символики.

Нет оснований бояться широкого введения в школе символических обозначений и понятий математической логики. Школьное обучение математике, так как оно сложилось в течение столетий, устарело и отстало от развития современной математики. Но это отставание не столько в содержании обучения, сколько в методике, в трактовке этого содержания. Разработка новой методики, приближающей новую трактовку математических понятий к их современному научному толкованию, требует введения нового содержания, в частности элементов теории множеств и математической логики, на базе которых и может быть построено современное научное толкование этих понятий: «Новое содержание обучения порождает потребность в новых методах, а новые методы – в новом содержании» [Столяр 1984].

Педагогическая целесообразность использования теоретико-множественных идей в качестве одной из основ школьного обучения определяется открывающейся возможностью не только для современной трактовки школьной математики, но и для интенсификации влияния обучения на логическое развитие учащихся.

Математике обычно приписывают особую роль в развитии логики мышления учащихся, так как при изучении математики приходится очень много тренироваться в выполнении различного рода логических выводов.

Но приводит ли одна лишь тренировка в рассуждениях, без понимания того, как мы рассуждаем, к требуемому, хотя бы для корректной математической деятельности, развитию логики мышления учащегося? В своё время, профессором А.А. Столяром были проведены многочисленные эксперименты, которые дали на этот вопрос совершенно ясный, отрицательный ответ.

Математическая символика значительно облегчает работу, связанную с оформлением математических записей, помогает четко и правильно мыслить в процессе изучения математики, оберегает от многих ошибок, связанных с неточностью и нечеткостью речевого оформления мысли.

Особое внимание необходимо уделить использованию символики в записях различных математических суждений и умозаключений, следует ненавязчиво вводить её в практику учебной работы. Усвоение некоторых понятий могло бы сопровождаться символической записью.

В качестве примера рассмотрим предложение: «Через две любые точки плоскости проходит единственная прямая».

Символически эта аксиома запишется так:

$$(\forall A \in P)(\forall B \in P)(\exists! a \in P)(A \in a \wedge B \in a).$$

Почти каждое определение можно выразить равенством, левая часть которого есть новый символ, а правая часть состоит из уже известных символов.

В качестве примера рассмотрим определение: «Две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек или совпадают».

Символически это определение может быть записано так:

$$(\forall a \in P)(\forall b \in P)[a \parallel b \Leftrightarrow (a = b) \vee (a \cap b = \emptyset)].$$

Формулировки определений и теорем, а также изложение доказательств сопровождается их краткой записью с применением геометрической и логической символики.

Логический аппарат применяется для анализа и уточнения структуры аксиом, определений и теорем, для выяснения логической структуры доказательств.

Но применение логической символики и логических операций в явном виде возможно лишь в том случае, если учащиеся хорошо освоились с логической символикой, понимают смысл каждого символа.

Благодаря своей точности и ясности символический логический язык, при условии правильного понимания и применения, приобретает воспитательное воздействие, выходящее за рамки математического образования. Строгая правильность логической символики постепенно становится привычкой учащегося. А.Я. Хинчин об этом говорил: «Такого рода привычка,

приобретенная в какой-либо одной сфере мышления, неизбежно приводит к воспитанию общего стиля мышления учащегося; он начинает точнее выражаться и в устной речи, и в письменном изложении; ... Мы неизменно наблюдаем, что ученики, научившиеся требовательно относиться к точности математической символики, легче и быстрее перестают делать орфографические ошибки» [Мамхегов А.Б., Мамхегов К.А. 2002].

Под математической символикой в данном случае можно понимать и символы математической логики.

Применение логической символики должно быть тщательно продумано. Внедрение символики не означает ещё полной формализации логических операций. Такая формализация вряд ли привела бы к желаемому логическому развитию учащихся.

Необходимо использовать важные качества символического языка математической логики: его точность, краткость, четкость, способствующие формированию аналогичных качеств мышления у учащихся. Но логические символы должны вводиться не как лишённые смысла знаки, которыми оперируют по определенным формальным синтаксическим правилам. Как и математическая, логическая символика может быть введена только в содержательном плане.

Основная проблема состоит не во введении символики, а в изучении логического языка математики.

Главное заключается не в формальном оперировании логическими символами, а в понимании того, что ими обозначается. Разумеется, учащиеся должны приобрести и некоторые навыки формального оперирования логическими символами, а также навыки в «логических вычислениях». Это важно для решения задач, но и эти навыки должны опираться на содержательное понимание логических операций и их свойств.

Место и роль логики в обучении математике

Целесообразность использования элементов математической логики в общеобразовательной школе не вызывает сомнений.

Под элементами логики в школьной математике надо понимать начала логики высказываний, применение логического аппарата к анализу рассуждений, уточнению математических понятий, выяснению логической структуры предложений и доказательств.

Мало кто из окончивших школу может толком объяснить логическую природу доказательства от противного. В этом, по-видимому, одна из главных

причин того, что у многих вырабатывается о математике устойчивое мнение как о науке необычайно трудной и скучной.

В математике, больше, чем где-либо, без понимания сути никакого удовлетворения быть не может. А то, что многие ученики не понимают доказательств – их беда, но поправимая. Школьники способны уяснить сущность доказательств путем анализа логической структуры доказательств. Для этой цели следует ввести логические связки: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.

Конструирование высказываний с помощью логических связок – подсознательно хорошо знакомая для школьников процедура, а логический анализ этих конструкций, их общезначимость производят на учащихся глубокое впечатление и вызывают устойчивый интерес. С еще большим интересом относятся учащиеся к логическому анализу умозаключений. Это позволяет уже в 1-4 классах использовать в достаточном количестве специальные логические упражнения для подготовки учащихся к систематическому употреблению доказательств. Эти упражнения должны быть направлены на выработку у учащихся навыков логической обоснованности и последовательности мышления.

Например, такое упражнение: «Деда зовут Иван Павлович, а его внука Владимир Николаевич. Как зовут сына деда?»

Это доступное для учащихся 2 класса упражнение способствует приобретению новых знаний посредством мышления. На нём учащиеся получают первое представление о сущности дедуктивного метода, которое следует укреплять в последующих классах.

В 3-4 классах можно рассмотреть задачу следующего типа: «Разность трехзначного и четного двухзначного числа равна 3. Найти эти числа».

Логический аппарат может и должен найти эффективное применение во всех разделах школьного курса математики, потому что понимание логики изучаемого математического материала способствует лучшему усвоению самого этого материала. И что естественно, элементы математической логики не могут составлять одну только заключительную часть курса математики. Целесообразно использование логического языка и логических понятий в качестве рабочего аппарата при изучении всего курса математики.

Элементы математической логики в неполной школе

Большое внимание нужно уделять умению учащихся кратко записывать условия задач и их решения, доказательство теоремы (в геометрии) в старших классах, начиная с 7 класса. Поэтому к 7 классу удобно познакомить учащихся с

понятиями конъюнкции, дизъюнкции, импликации высказываний, знаком логического следования.

С помощью последнего можно записывать решение уравнений в 5-6 классах. Например, решение уравнения

$$\{x|(5x + 2 = 6 + x)\}$$

может быть записано в виде цепочки импликаций:

$$(5x + 2 = 6 + x) \Rightarrow (5x - x = 6 - 2) \Rightarrow (4x = 4) \Rightarrow (x = 1).$$

Решение уравнений на выполнение действий

162540:(1000236-99978):63, может быть также записано с помощью импликаций

$$(162540:(1000236-99978):63) \Rightarrow (162540:258:63) \Rightarrow (63:63) \Rightarrow (1).$$

Познакомив учащихся со знаком «логического следования», вначале не обязательно требовать от них немедленного и обязательного применения новой для них символики. Учащиеся уже на следующий год, в 7 классе, гораздо чаще будут сталкиваться с необходимостью применения символики.

Знаки конъюнкции и дизъюнкции можно вводить с 5 класса. Удобнее это сделать при изучении неравенств, когда вводятся знаки $\leq$ и $\geq$ ([10]), представляющие сокращенные обозначения сложных отношений: «меньше или равно» и «больше или равно». Здесь можно обратить внимание на смысл союза «или».

Пример. Какие из чисел 2 и 10 являются решениями неравенства $x \leq 4$? « $x \leq 4$ это значит « $x < 4$ **или** $x = 4$ ».

Это предложение верно, когда верно хотя бы одно из составляющих его предложений: $x < 4$, $x = 4$.

« $2 \leq 4$ » обозначает высказывание « $2 < 4$ **или** $2 = 4$ », в котором верно первое: $2 < 4$. Значит число 2 есть решение неравенства $x \leq 4$.

« $10 \leq 4$ » обозначает высказывание « $10 < 4$ **или** $10 = 4$ ». Здесь и первое и второе высказывания ложны. Значит 10 не является решением неравенства $x \leq 4$.

Союз «и», вернее смысл союза «и», можно разъяснить при введении двойного неравенства. Запись « $5 < x < 10$ » читают так « $5 < x$ **и** $x < 10$ », которая верна тогда, когда верно каждое из составляющих его неравенств: $5 < x$, $x < 10$.

Отсюда, множество решений двойного неравенства состоит из всех общих решений неравенств $5 < x$ **и** $x < 10$, т.е. из тех значений x , при которых оба неравенства верны.

По учебникам геометрии 7-9 классов можно реализовать один из вариантов современного подхода к построению геометрии на плоскости.

Этот вариант характеризуется широким использованием в школьном

курсе геометрии идей и языка теории множеств, что способствует не только более рациональному построению геометрической теории, но и устранению её изолированности от других разделов школьного курса математики.

Учебники геометрии в большей мере, чем остальные учебники ориентированы на сближение школьной математики с современной.

Весь курс геометрии, начиная с учебника 7 класса, с его первого пункта, можно изучать на теоретико-множественной основе. На этом же языке можно преподнести понятия, определения, аксиомы.

Вводится и используется слово «определение». Но нигде смысл термина «определение» не уточняется. На самом деле определение – это «совокупность признаков определяемого понятия, содержащее необходимое и достаточное условия». (Знакомство учащихся с необходимыми и достаточными условиями можно осуществить в 8 классе).

Не показано различие, связанное с использованием тех или иных понятий в определении нового понятия, а несоблюдение основных логических правил определения приводит к многочисленным ошибкам. Чаще всего не соблюдается требование минимальности к определению. Объём понятия определяющего (понятие, с помощью которого раскрывается содержание определяемого объекта) шире объёма определяемого понятия (понятие, соответствующее определяемому объекту).

Рассмотрим примеры:

Определение 1°. Квадрат есть параллелограмм с равными сторонами и прямым углом.

Это определение слишком громоздко, так как в нем определяющее понятие сложное. Заменяя в приведенном определении выражение «параллелограмм с равными сторонами» соответствующим ему понятием «ромб», получим простое краткое определение: «Квадрат есть ромб с прямым углом».

Определение 2°. Диаметр окружности есть отрезок прямой, соединяющей две точки окружности».

Здесь тоже объём определяющего понятия шире объёма определяемого понятия, так как, собственно, определена хорда. Ошибка возникла в результате использования фразы «соединяющей две точки окружности», которая является признаком, принадлежащим всем хордам (более широкому понятию, чем диаметр).

Поэтому, дополнив приведённое определение словами «и проходящей через её центр», получим точное определение: «Диаметр окружности есть отрезок прямой, соединяющей две точки окружности и проходящей через её

центр».

Наряду со слишком широкими определениями встречаются и определения слишком узкие, т.е. когда объём определяющего понятия уже объёма определяемого понятия.

Определение 3°. Ромбом называется прямоугольник с двумя равными смежными сторонами.

Это определение слишком узкое потому, что оно определяет квадрат, более узкое понятие, чем ромб. В этом определении нужно заменить понятие «прямоугольник» понятием «параллелограмм», чтобы получить полное определение: «Ромбом называется параллелограмм с двумя равными смежными сторонами».

Ошибочны и такие определения, в которых понятие определяется посредством того же определяемого понятия, т.е. определение включает в себе «порочный круг».

Определение 4°. Прямые, пересекающиеся под прямым углом, называются взаимно перпендикулярными.

Определение 5°. Угол, стороны которого взаимно-перпендикулярны, называется прямым.

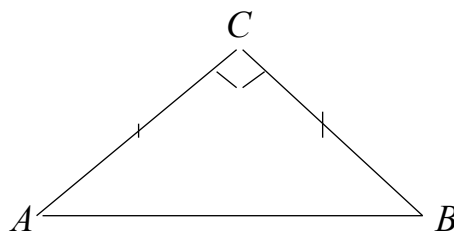
В этом примере понятие прямого угла можно ввести, используя смежные углы, т.е. дать определение в виде: «Угол называется прямым, если он равен своему смежному углу».

Каждое ошибочное определение необходимо подвергать логическому анализу, чтобы предупредить повторение подобных ошибок. Выясняя сущность ошибок определения, нужно использовать их для обучения учащихся безошибочно определять понятия.

В 7 классе еще нет четкого разграничения в записях «дано», «требуется доказать», «доказательство». А при решении задач на построение ученики, рассуждая вслух, основные суждения записывают под чертежом. Нужно добиваться грамотности таких записей, от них зависит культура суждений. Поэтому учить правильно записывать определения, условия теорем и задач нужно уже в 7 классе.

Как и где можно ввести логико-математические знаки, с помощью которых возможна такая запись?

Довольно часто приходится рассматривать случаи, когда одновременно выполняются два каких-либо свойства. Существует, например, равнобедренный прямоугольный треугольник, при определении которого можно раскрыть смысл понятия «конъюнкция»:



$$\angle C = 90^\circ, AC = BC. (\exists \triangle ABC) (\angle C = 90^\circ \vee AC = BC).$$

Таким образом, одновременное выполнение двух свойств называют **конъюнкцией** этих свойств и обозначают знаком $\wedge$.

Знак **дизъюнкции** « $\vee$ » описывается союзом «или», но разделительного смысла не несёт, т.е. если имеем два свойства, то либо имеет место первое и не имеет место второе, либо имеет место второе и не имеет место первое, либо имеют место оба свойства одновременно.

Чтобы закрепить это понятие, лучше рассматривать примеры с множествами, с которыми учащиеся знакомы.

Например: объединение двух треугольников, которые обозначим как два множества A и B .

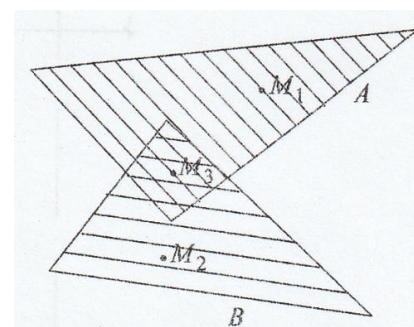
Если точка M принадлежит объединению треугольников A и B , то имеет место один из трёх случаев:

либо 1) $M \in A$, но $M \notin B$; (на рис. M_1)

либо 2) $M \in B$, но $M \notin A$; (на рис. M_2)

либо 3) $M \in A \vee M \in B$. (на рис. M_3)

Таким образом: $M \in A \cup B \Leftrightarrow [(M \in A) \vee (M \in B)]$.



Список источников и литературы

1. Алгебра. 7 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. Москва : Просвещение, 2001–2026.
2. Алгебра. 8 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. Москва : Просвещение, 2001–2025.
3. Алгебра. 9 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. Москва : Просвещение, 2001–2025.
4. Геометрия. 7–9 классы / Под ред. Л.С. Атанасяна. Москва: Просвещение, 2001–2025.
5. Макарычев Ю.Н., Нешков К.И. Математика в начальных классах (I–III части) / Под ред. А.И. Маркушевича. Москва : Педагогика, 1970.
6. Мамхегов А.Б., Мамхегов К.А. Развитие мышления учащихся в процессе изучения элементов математической логики. Нальчик, 2002. 32 с.
7. Математика в школе. № 5. 1963.

8. Математика в школе. № 5. 1969.
9. Математика в школе. № 1. 1970.
10. Математика. 5 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. Москва : Просвещение, 2000–2026.
11. Математика. 6 класс. Учеб. пособие для общеобразоват. школы. Москва : Просвещение, 2000–2026.
12. Погорелов А.В. Геометрия. 7–11 классы. Москва : Просвещение, 1999–2014.
13. Столяр А.А. Педагогика математики. Минск: Высшая школа, 1984.
14. Темроков И.Х. Логическая структура школьного курса математики // В помощь учителю. Нальчик : Эльбрус, 1976. № 20–21.

References

1. *Algebra. Grade 7*. Textbook for general education schools. Moscow, Prosveshcheniye Publ., 2001–2026, in Russian.
2. *Algebra. Grade 8*. Textbook for general education schools. Moscow, Prosveshcheniye Publ., 2001–2025, in Russian.
3. *Algebra. Grade 9*. Textbook for general education schools. Moscow: Prosveshcheniye Publ., 2001–2025, in Russian.
4. Atanasyan, L.S. *Geometry. Grades 7–9*. Moscow, Prosveshcheniye Publ., 2001–2025, in Russian.
5. Makarychev, Yu.N., Neshkov, K.I. *Mathematics in Primary Classes (Parts I–III)* / Ed. by A.I. Markushevich. Moscow: Pedagogika Publ., 1970, in Russian.
6. Mamkhegov, A.B., Mamkhegov, K.A. *Development of Students' Thinking in the Process of Studying Elements of Mathematical Logic*, Nalchik, 2002, 32 p., in Russian.
7. *Mathematics at School*. No. 5. 1963, in Russian.
8. *Mathematics at School*. No. 5. 1969, in Russian.
9. *Mathematics at School*. No. 1. 1970, in Russian.
10. *Mathematics. Grade 5*. Textbook for general education schools, Moscow, Prosveshcheniye Publ., 2000–2026, in Russian.
11. *Mathematics. Grade 6*. Textbook for general education schools, Moscow, Prosveshcheniye Publ., 2000–2026, in Russian.
12. Pogorelov, A.V. *Geometry. Grades 7–11*, Moscow, Prosveshcheniye Publ., 1999–2014, in Russian.
13. Stolyar, A.A. *Pedagogy of Mathematics*, Minsk, Vysheyshaya Shkola Publ., 1984, in Russian.
14. Temrokov, I.Kh. *Logical Structure of School Mathematics Course*, In Aid of the Teacher, Nalchik, Elbrus Publ., 1976, no. 20–21, in Russian.