

УДК 51:37

Для цитирования: Мамхегов А.Б. Математическое развитие учащихся как результат целенаправленной учебной математической деятельности // Научно-методический журнал «Поиск научных решений». 2025. № 3. С. 30–50.

DOI: 10.61077/2949-4818-2025-3-30-50

**Математическое развитие учащихся как результат
целенаправленной учебной математической деятельности**

Мамхегов Астемир Билостанович

Государственное бюджетное учреждение
дополнительного профессионального образования «Центр непрерывного
повышения профессионального мастерства педагогических работников»
Министерства просвещения и науки Кабардино-Балкарской Республики

Аннотация. В работе обращается внимание на положительные моменты реформы математического образования в СССР в 60-х – 70-х гг. прошлого века. Выполнен обзор результатов, полученных в то время по направлению «Теория обучения математике» с акцентом на активизацию обучения математике и на сознательное усвоение учебного материала, при более детальном рассмотрении модели учебной математической деятельности и связи последней с математическим развитием учащихся.

Ключевые слова: Школьное математическое образование; реформа образования; математическая деятельность; обучение математической деятельности; активизация обучения; интерес к обучению; проблемная ситуация; типы проблемных ситуаций; любознательность; принцип проблемности; принцип сознательности; уровни усвоения учебного материала; знать математику; математическое развитие; математические способности.

**Mathematical development of students as a result
of purposeful educational mathematical activity**

Mamkhegov Astemir Bilostanovich

State Budgetary Institution of Additional Professional Education
"Center for Continuous Development of Professional Mastery of Teaching Staff"
of the Ministry of Enlightenment and Science of the Kabardino-Balkarian Republic

Abstract. The paper draws attention to the positive aspects of the reform of mathematical education in the USSR in the 60s – 70s of the last century. The review of the results obtained at that time in the field of "Theory of teaching mathematics" with an emphasis on the actuation of

teaching mathematics and on the conscious assimilation of educational material, with a more detailed consideration of the model of educational mathematical activity and the relationship of the latter with the mathematical development of students.

Keywords: school mathematical education, educational reform, mathematical activity, teaching mathematical activity, actuation of learning, interest in learning, problematic situation, types of problematic situations, curiosity, principle of problematic nature, principle of consciousness, levels of assimilation of educational material, knowledge of mathematics, mathematical development, mathematical abilities.

В настоящее время в СМИ ведётся обсуждение состояния школьного образования, иногда звучат призывы к срочной реформе. В частности, призывают к пересмотру школьной программы по математике. При этом во главу угла ставится ориентир: программа и учебники должны быть интересны учащимся, они должны способствовать мотивации учащихся в изучении математики. При этом не идёт речь о том, что учёные психологи и методисты в своих трудах давно уже доказали, что интерес школьника к изучению не зависит от программ и учебников, он должен возбуждаться и поддерживаться учителем.

В нашей республике августовские совещания проходили в этом году под девизом: «Стратегия образования: опыт прошлого, взгляд в будущее». Следовательно, есть надежда, что не будет мгновенной ломки, и учтут уроки предыдущих реформ.

Наша работа посвящена «опыту прошлого» и представляет собой обзор того положительного по данной проблеме, что имело место во время 60-х-70-х годов.

В 1920 г. была проведена первая реформа российского образования, заключавшаяся в замене опыта преподавания математики в дореволюционной России зарубежными методиками. Результат – резкое падение интереса молодёжи к учению, слабая подготовка учителей и неприятие последними зарубежного опыта. В 1931–1934 гг. была проведена вторая реформа. Был учтён опыт дореволюционной России и внесены незначительные изменения в программы и учебники, которые были продиктованы развитием общества. Без каких-либо серьёзных изменений, программы и учебники, разработанные в эти годы, действовали до середины 60-х годов прошлого века. За это время наблюдался повышенный интерес молодёжи к учению и колоссальный прогресс в науке и производстве. Несомненно, успех этой реформы определило серьёзное, компетентное и внимательное отношение центральных органов власти к проблемам образования, чего, на наш взгляд, не наблюдалось ни до, ни после этого отрезка времени. С середины 60-х по начало 80-х годов была проведена

третья реформа, которая в обиходе имела название «Колмогоровская реформа», а на самом деле была попыткой построения школьной математики на теоретико-множественной основе. К 1984 году «благодаря» противникам идей А.Н. Колмогорова и некомпетентности властных структур, программы и учебники были полностью отвергнуты, и началась четвёртая реформа, которая продолжается по настоящее время и вызывает массу недовольства со стороны учителей, методистов и всех, связанных с образованием. Создаётся впечатление, что без учёта мнения специалистов проблему школьного математического образования хотят «прикрыть» разгрузкой программ, которая якобы приведёт автоматически к повышению интереса учащихся к учебному предмету.

На наш взгляд, наметившийся ориентир (программу и учебники по математике надо разгрузить и составить их так, чтобы у учащихся был интерес к учебному предмету) не соответствует положениям научной области «Теория обучения математике», а именно тому, что интерес к учению у школьника должен быть возбужден и поддерживаться учителем. Некоторые видят решение проблемы в сокращении программы. Но программы и учебники сами по себе не вырабатывают у школьника интерес к учению. Это учитель, на основе программ и материалов учебников, должен прививать интерес к математике с помощью своих знаний, мастерства и опыта.

Предлагается экскурс в историю школьного математического образования 60-х-70-х годов, который имеет своей целью нынешним «кандидатам в реформаторы» сначала вспомнить историю, прежде чем опять «рубить с плеча».

Известный учёный-методист И.Х. Темроков, оценивая необходимую при сложившейся ситуации подготовку учителей математики, в частности замечает:

«... Известное классическое энгельсовское определение математики, как науки о количественных отношениях и пространственных формах, устарело. Современная математика, включающая как часть классическую, определяется как *наука о наиболее общих законах абстрагирования и непротиворечивых операциях над этими абстракциями*, к сожалению, пока не получила заслуженного признания. Различные математические науки и соответствующие учебные предметы имеют свои специфические объекты и задачи. Им не до современного определения математики, хотя они, конечно, вынуждены скрупулёзно следовать им в своих исследованиях. Однако учитель математики должен знать и руководствоваться им. Иначе будет

абсурд: учить и не знать, чему учить. Но откуда он узнает это определение? Учебные планы его не предусматривают, доступная литература не содержит его. Правда, это предмет онтодидактики и методологии математики, которые сейчас к недоразумению, вне рамок учебных планов ...».

В другой своей работе И.Х. Темроков даёт оценку необходимости и результатов реформы математического образования под руководством А.Н. Колмогорова:

«... Школьное математическое образование не могло более оставаться в тесных рамках традиционной элементарной математики XVII века: развитие науки и техники требовало внедрения в школьное образование идей и методов современной математики. Устранить ... разрыв между математикой, как наукой, и математическим образованием, разработать её основные концепции, методы и содержание было под силу, по общему признанию специалистов, выдающимся математикам. Таким человеком был А.Н. Колмогоров, член многих международных академий, Герой Социалистического Труда и звезда мировой математики первой величины, кавалер пяти орденов Ленина. Для того времени это более чем значит.

Приказом МП СССР вторая школа г. Нальчика была включена в число экспериментальных по освоению современных программ, созданию новых учебных пособий. С этой задачей авторы пособий и программ (во главе с А.Н. Колмогоровым) справились успешно. Об этом и опыт второй школы, отдельные публикации, например, в материалах XIII педчтений 1969 года, статья «Золотой дождь в Нальчике» в «Учительской газете» за июль 1966 г. и другие.

К сожалению, в связи с неуместным вмешательством высших органов ЦК КПСС, ... сделав рупором двухстраничную статью академика Л.С. Понтрягина, из «колмогоровской» обоймы, и в связи с непрекращающимися нападками некомпетентных, но власть предержащих авторитетов, это мощное движение было заторможено, а затем и приостановлено. Большая часть их не могла сжиться с непривычными идеями и методами в предлагаемом математическом образовании ...» [Темроков 2003].

Переходя к возможности учёта положительных моментов предпоследней реформы, И.Х. Темроков подвергает критике современное состояние школьного математического образования, указывает конкретные недостатки и возможный выход из сложившейся ситуации:

«... Не в пример опыту работы в математических классах 60-х годов, сейчас, учат в школе не математике, а её фрагментам, имеющим утилитарные цели.

Предпринятые энергичные усилия внедрить математику в математическое образование умерли, не достигнув цели ...

На вопрос, что такое филология, медицина, агрономия и другие науки можно получить исчерпывающий ответ. А что такое математика?

Математику как науку о наиболее общих законах абстрагирования и непротиворечивых операциях над ними (более общее определение математики, чем классическое) похоронили (по крайней мере, в школе) вместе с колмогоровской модернизацией. Конечно, речь не о внедрении в школьное преподавание онтодидактики математики. Но разве можно не знать, что такое изучаемое?

В преподавании математики устоялись две крайности: а) натаскивание на применение неусвоенных (взятых на память) фактов (псевдопрактицизм). б) наигрывание безыдейной рецептуры (бесплодный ригоризм). Обе крайности недопустимы. Возможно ли их устранить? Да, возможно!

Ввиду её [математики – *А.М.*] исключительной абстрактности, она требует специфической методики. Например, внедрение проблемного метода, создание проблемных ситуаций ...» ([Темроков 2005], [Темроков 2003]).

* * *

Перейдём к обзору некоторых положений, принятых в научном направлении «Теория обучения математики» в 60-х-80-х годах, которые были разработаны во время третьей реформы, но до сих пор не отвергнуты, в отличие от содержания программ и учебников. При этом мы приводим их в виде извлечений из конспектов лекций по методике математики за 1985/1986 учебный год, которые были составлены по работам А.А. Столяра [Столяр 1976, 1985, Столяр, Черкасов 1985], И.Х. Темрокова [Темроков 1983, 1999, 2005, 2003, 1994], Р.С. Черкасова [Черкасов 1977] и В.А. Крутецкого [Крутецкий 1968].

Дидактика – раздел педагогики, посвящённый исследованиям закономерностей обучения в целом. В преподавании же различных учебных предметов, представляющих собой отражение тех или иных научных областей, имеются кроме общих и свои специфические закономерности, обусловленные особенностью исследования и построения этих наук. Следовательно, дидактика, вырабатывая общие установки на процесс обучения, вовсе не даёт рецептов и методик изучения различных дисциплин, в частности, математики.

Математика – единственная наука, которая строится дедуктивно. Объектом её являются различной степени абстракции отождествления и

идеализации. Здесь какое-то достаточно малое число предложений принимается в качестве основных (неопределяемых), другое число предложений (чем меньше, тем лучше удовлетворяя определённым требованиям) – в качестве аксиом и всё остальное – в качестве определений и теорем, последние из которых должны быть доказаны по принятым в ней своим правилам математической логики. Разумеется, с одной стороны математика как наука не является объектом изучения в школе и следовать данной схеме в обучении математике невозможно, да и нет необходимости. С другой стороны, она как всякая другая наука, в процессе своего становления, проходит индуктивный путь развития. Необходимо, чтобы эти стороны имели отражение в обучении математике? Более того, математика сама не анализирует логику мышления, а без понимания того, как мы рассуждаем, одни только тренировки логических выводов не приводят к выработке математической логики мышления обучаемого.

Итак, знание математики и других учебных дисциплин не решает проблем, связанных с обучением математике, хотя является необходимым условием.

Таким образом, необходима ещё и другая наука, которая исследовала бы закономерности обучения математике не только конкретизацией общих установок дидактики и психологии, но и с учётом абстрактно-логико-дедуктивной природы самой математики, специфики образа и стиля математического мышления, архитектуры науки математики. Нужно ли, чтобы учащиеся школ имели представление об этих отличительных чертах математики? Это нужно и нужно не только с чисто математико-методологических соображений, но и с прикладной точки зрения. Ведь известно, что факты, усвоенные только на полуинтуитивном уровне «не работают». На каком уровне обучения (в средней школе, в ВУЗе, ...) формируется (складывается) у учащихся описанное понимание математики? Ни на каком! Ждать, когда оно сложится исподволь? Тогда какова цель обучения математике? Не сводится ли она тогда к сугубо утилитарной? Ведь программы по математике должны быть чётко ориентированы на прикладную акцентацию в обучении! Молодёжь нужно приобщать к производственному окружению, научить применять знания в жизни! При этом нужно учесть, что применять, конечно, можно только то, что знаешь, а само понятие «знать», к сожалению, неоднозначно и довольно аморфно. Исходя из принципа политехнизма, на наш взгляд, «знать математику» нужно понимать как умение переводить задачу, возникающую в реальной ситуации, на язык математики, затем решить эту (уже математическую)

задачу внутренними математическими методами и, наконец, перевести ответ (решение) на язык реальной ситуации. Необходимо установить различные возможные уровни такого понимания математики. И вообще, необходимо ли и возможно ли такое понимание сути математики всеми?

Таким образом, теория обучения математики (ТОМ) должна представлять собой конкретизацию общей теории обучения (дидактики) и базироваться на системе дидактических принципов отечественной педагогики. В основу теории обучения математике должна быть положена определённая базисная психологическая концепция обучения. При этом она должна являться конкретизацией (с учётом специфики математики) общей педагогической теории обучения, т.е. необходимо рассматривать всякое обучение как обучение некоторой деятельности (в конечном итоге мыслительной, так как и всякая деятельность является внешним отражением некоторой мыслительной деятельности).

Такая концепция теории обучения математике разработана была на кафедре методики преподавания математики Могилёвского государственного педагогического института под руководством профессора А.А. Столяра. Здесь мы будем использовать извлечения из его и И.Х. Темрокова пособий, статей и монографий в нашем изложении.

Анализ познавательной деятельности, проведённой психологами, выявил три её основные компоненты:

- L – набор общелогических приёмов мышления (индукция, дедукция, анализ, синтез, сравнение, сопоставление, классификация, аналогия, опыт, наблюдение, обобщение, абстрагирование, конкретизация и др.);
- M – набор специфичных для математики приёмов мышления;
- S – система уже имеющихся математических знаний.

Если процесс обучения будем строить по схеме

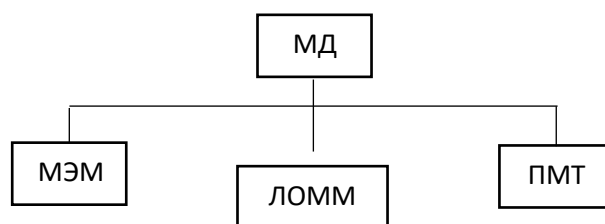
$S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow \dots$, где $S_0 \subset S_1 \subset S_2 \subset \dots$, то фактически мы будем обучать фрагментам математической теории с целью её запоминания, воспроизведения и применения к решению тех задач, типы которых были рассмотрены. Такой метод будем называть обучением готовым математическим знаниям. Такая постановка в решении задачи обучения математике не вписывается в современную дидактическую систему проблемного обучения, не отражает специфику получения результатов в математике, и, следовательно, решает задачи математического образования не в полной мере.

Подойдём к поставленной проблеме с другой стороны. Для этого проанализируем специфику математики и математической деятельности специалиста-математика.

Займёмся выяснением структуры М. Главная специфичность математики заключается в том, что она наука дедуктивная, и вместе с тем в процессе становления проходит индуктивный путь. Действительно, математик открывает теорему прежде, чем её доказывать, догадывается об идее доказательства прежде, чем строить это доказательство. Таким образом, существует объективный процесс, в котором протекает деятельность математика, когда он совершает открытие. В дальнейшем этот процесс будем называть математической деятельностью. Компоненты математической деятельности (МД) и есть составляющие набора М – специфичных для математики приёмов мышления. Проследим как происходит эта деятельность и попытаемся создать её модель, хотя бы упрощённую, отражающую основные её аспекты.

Математик не разрабатывает дедуктивную науку из ничего. Во-первых, он замечает, что некоторые конкретные системы (механические, электрические, биологические, экономические и т.п.) какими бы различными они не казались по природе объектов и смыслу отношений, обладают определённым сходством в структуре, в свойствах отношений между объектами. Он начинает абстрагировать и изучать структуру связей во множестве, лишённом частных характеристик исходных конкретных систем, разрабатывает математическое описание, общее для всех этих систем. Во-вторых, это математическое описание подвергается логической организации (аксиоматизации). Так рождается абстрактная теория, систематизирующая множество конкретных систем, которые становятся её моделями. В-третьих, абстрактная теория является ответом на запрос практики, и тем самым имеем третий этап деятельности – применение разработанной теории на практике. При этом заметим, что логически модель появляется после теории, психологически она предшествует абстрактной теории, являясь стимулом для её построения. Последнее в применении к обучению очень важно.

Выявленные три составляющие МД условимся называть соответственно: математизация эмпирического материала (МЭМ или математическое описание эмпирического материала – МОЭМ); логическая организация математического материала (ЛОММ); применение математической теории (ПМТ).



Заманчива такая постановка задачи обучения математике: обучать математике обучая МД. С одной стороны такая модель, хотя она не отражает все стороны МД, согласуется с известной формулой познания В.И. Ленина: «... От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике – таков диалектический путь познания истины, познания объективной реальности ...». Это утверждение является выводным в философии, а в ТОМ принимается за исходное положение – аксиому, или постулат, которому должен удовлетворять учебный процесс. Таким образом, трёхступенчатую модель МД можно считать достаточным для целей обучения математике. С другой стороны, психологи утверждают, что МД обладают учащиеся любого возраста. Правда, мотивы, побуждающие учащегося и учёного к МД разные, причём для учащегося ситуация учебная (специально подготовленная учителем), а для специалиста – естественная. Поэтому в процессе обучения можно и нужно говорить об учебной математической деятельности (УМД). При этом процессе обучения строится по схеме:

$$(L_0; M_0; S_0) \rightarrow (L_1; M_1; S_1) \rightarrow (L_2; M_2; S_2) \rightarrow \dots, \text{ где } S_0 \subset S_1 \subset S_2 \subset \dots$$

Заметим, что такая постановка задачи обучения открывает трудности для педагога (нужно разрабатывать систему педагогических ситуаций, побуждающих учащихся к открытиям), но зато так легче действовать ученику (он попадает в искусственно созданную ситуацию и имитирует открытие). Учащийся выступает в роли первооткрывателя-математика и сам (под наблюдением и руководством учителя) открывает истину, а не заучивает готовую систему предложений и их доказательств без понимания их происхождения, значения и взаимных связей. Естественно, ввиду ограниченности времени, процесс обучения не может всегда проходить по второй схеме.

Итак, взятые в отдельности две схемы обучения и хороши, и не достаточны для претворения целей обучения. Где же выход? На наш взгляд, выход в следующем психологическом моменте. При обучении по второй схеме, периодически наступают такие моменты в учебном процессе (в зависимости от учебного материала), что заинтересованный в предыдущей порции математического материала, переносит свой интерес на следующие разделы и этот процесс поддерживается некоторое время, т.е. задача создания интереса (стимула) со временем переходит в целенаправленную

учебную деятельность (ЦУД) обучаемого. При наступлении такого момента у учащегося некоторое время обучение можно вести по первой схеме.

Таким образом, необходимо в обучении сочетать обучение МД с обучением, готовым математическим знаниям.

Подведём некоторые предварительные итоги изложенному.

Объективный процесс, в котором протекает деятельность специалиста-математика, совершающего открытие, называется математической деятельностью (МД).

Специально подготовленная учебная ситуация, при котором обучаемый переоткрывает математическую истину, называется учебной математической деятельностью (УМД).

За базисную психологическую концепцию принимается следующее положение: обучение математике есть дидактически целесообразное сочетание обучения математическим знаниям и математической деятельности (специфической структуре математического мышления).

Обучение различным компонентам МД будем понимать следующим образом:

- обучать учащихся не заучивать готовый материал, а открывать математические истины (переоткрывать уже открытое в науке);
- логически организовывать добытый опытным путём математический материал (хотя он уже организован в науке);
- применять теорию в различных конкретных ситуациях.

Такое обучение МД подразумевается соответствующим уровням мышления и возрастным психологическим особенностям обучаемых.

Обратимся к общедидактическим основам ТОМ и выясним их соответствие с принятой концепцией обучения.

На наш взгляд, педагоги, психологи и методисты согласны со следующими шестью основными принципами дидактики: научность; сознательность усвоения; активность учащихся; наглядность, прочность; индивидуальный подход. Это же незыблемо принято и действует в педагогике математики. Выделим для рассмотрения принцип активности, который требует выработки у учащихся активной мыслительной деятельности. Он имеет две стороны. Первая – активность в широком смысле, т.е. вообще активная мыслительная деятельность. Вторая – в узком смысле – мыслительная деятельность определённой структуры, т.е. математической деятельности.

А.А. Столяр довольно чётко и обоснованно предложил в своё время трёхступенчатую модель структуры математической деятельности как

учёного, так и ученика, назвав последнюю учебной математической деятельностью. Именно эту определённую структуру и необходимо иметь ввиду при рассмотрении принципа активности в педагогике математике.

Модель А.А. Столяра предопределила и новое содержание принципа сознательности. Здесь также имеем дело с тремя уровнями, которые соответствуют модели УМД:

- уровень воспроизведения – знание простейших математических фактов, терминологии, алгоритмов с целью решения основных типов стандартных задач;

- уровень понимания – знание понятий и отношений между ними; осуществление математических описаний конкретных ситуаций, типы которых рассмотрены; умение обобщать и конкретизировать; способность следить за доказательством;

- уровень переноса – умение переносить свои знания на новые, существенно отличные от стандартных, рассмотренных ранее ситуаций и перестраивать свои знания для математического описания подобных ситуаций и решения нестандартных задач.

Кроме традиционных принципов дидактики в ТОМ рассматривается еще принцип проблемности. Что этот принцип требует и где его место в обучении?

Предметом изучения математики являются множества какой угодно природы, элементы которых находятся между собой в каких-то отношениях. Эти элементы и отношения отличаются друг от друга природой известного и неизвестного. Такова и характеристика развёртывания в учебном процессе математического материала. Несогласованность между природой известного и неизвестного порождает так называемую проблемную ситуацию. Разница проблемных ситуаций в науке математике и учебном предмете «Математика» заключается только лишь в факторах, стимулирующих снятие проблемной ситуации. Так в обучении математике этот фактор характеризуется учебными целыми. Как видно, здесь прослеживается аналогия сходства и разницы математической деятельности учёного и учебной математической деятельности обучаемого.

Таким образом, проблемную ситуацию можно понимать в педагогике математики с психологической точки зрения: осознанное затруднение, порождаемое несоответствием, несогласованностью между имеющимися знаниями и теми, которые необходимы для решения возникшей или предложенной задачи.

Принцип проблемности требует протекания учебного процесса в виде последовательности создания и снятия проблемных ситуаций.

Специальная дидактическая система проблемного обучения (СДСПО) – это база основных принципов дидактики, дополненных принципом проблемности обучения.

Конкретизация СДСПО применительно к математике, т.е. сочетание её с концепцией обучения МД, приводит к различным типам проблемных ситуаций, основные из которых отвечают именно компонентам математической деятельности (табл.1)

Таблица 1

Проблемные ситуации, возникающие
при рассмотрении квадратных уравнений

Компоненты МД	Основные типы проблемных ситуаций			
	Цель	Известное	Неизвестное	Результат
МЭМ	Введение новых понятий, расширение теоретических знаний	ЭМ, подлежащий математическому описанию	Математический язык, аппарат для описания ЭМ	Новое математическое знание (понятие)
ЛОММ	Систематизация знаний	ММ логически не упорядоченный	Способ ЛОММ, исследование модели	Система математических знаний
ПМТ	Применение знаний в новых ситуациях	ЭМ и математическая теория	Способ применения ММ к новому ЭМ в новых ситуациях	Перенос математических знаний

В качестве примера рассмотрим проблемные ситуации, возникающие при рассмотрении квадратных уравнений. Пусть даны задачи: 1) «Требуется отгородить прямоугольный участок периметр, которого 8 м, одна сторона которой на два больше другой?»; 2) «Требуется отгородить прямоугольный участок площадью которой 8 м^2 , одна сторона которой на 2 больше другой. Каковы должны быть размеры?».

При условии, что учащиеся знакомы с понятиями периметр и площадь прямоугольника, приходим к двум уравнениям:

Линейное уравнение и способ его решения известны учащимся, а со вторым они не встречались. Возникает проблемная ситуация, связанная с МЭМ. В результате вводится новое понятие – квадратное уравнение. Но как оно решается? Неизвестен способ ЛОММ, т.е. способ решения. Возникает

проблемная ситуация. В результате сведения уравнения к известному типу неполного квадратного, получаем формулу для решения квадратных уравнений.

Таким образом, снимается проблемная ситуация, связанная с неизвестностью способа ЛОММ. Результат – квадратное уравнение и формула для его решения включаются в систему знаний о квадратных уравнениях. Предположим, что после этого учитель предлагает учащимся решить биквадратное уравнение. Известны ЭМ и ЛОММ. Но как его применить в незнакомой ситуации? Возникает проблемная ситуация, связанная с ПМТ и которая снимается путём введения подстановки.

* * *

Каким образом УМД связана с мотивом (интересом) учащихся в изучении математики? Попытаемся ответить на вопрос с надеждой, что наши соображения могут быть использованы в предстоящих нововведениях в школьном образовании.

Из всех видов трудовой деятельности человека, пожалуй, один из самых трудных – учение. Оно и понятно. Этот вид деятельности начинается в раннем возрасте, когда у обучаемого ещё нет навыка трудиться, нет стойких мотивов, а постоянные умственные напряжения для них менее приятны, чем даже тяжёлый для их возраста физический труд. Ясно, что в таких условиях роль мотивов в учении становится очевидной.

Рассмотрим ряд мотивов и их влияние на результаты обучения (табл.2)

Таблица 2

	Мотив	Результат
	Оценка учителя за прилежание, усердие и успехи учащегося в учении.	Весомый мотив. Она, в отличие от других, более оправдала себя, а потому и устоялась. Но она быстротечна и к ней учащиеся привыкают как к приманке, причём они скоро привыкают как к хорошим, так и к плохим оценкам.
	Мнение коллектива, чувство ответственности перед одноклассниками.	В настоящее время даже не модно говорить об этом, хотя мнение одноклассников вносит ещё соревновательный дух.
	Ответственность, страх перед родителями за нерадивость в учении.	Ответственность, как долг, слабо развит в детском возрасте. В смысле – стыд, он у разных развит по-разному.
	Контроль и авторитет родителей.	В настоящее время сложилась такая ситуация, что в большинстве случаев контроль необходим за самими родителями.
	Познавательные игры.	Они получили распространение в современной школе, но только в младших классах, в старших – нет.

	Любознательность.	Как мотив учения, разумеется, эффективен, но её надо возбуждать и поддерживать.
--	-------------------	---

Приведённые мотивы играют определённую стимулирующую роль в учении. Одни более, другие менее. Но, к сожалению, кроме последнего, они мало эффективны и не достигают цели. Перечисленные мотивы слабо затрагивают внутренние побудительные мотивы учения, специальные методико-математические факторы активизации обучения математике.

Наиболее надёжным и методически грамотным является познавательный интерес, где мотивом учения является любознательность учащегося. Это – внутренняя мотивация, которая возбуждается и поддерживается проблемным методом, проблемной ситуацией. Это – не быстротечная организационная форма стимулирования желания познать, а стойкий внутренний позыв. Роста ума, без преодоления посильного интеллектуального затруднения не бывает. Да и испытавший радость победы над проблемой непременно вернётся к ней.

Немного подробнее остановимся на любознательности как мотиве учения. Путь к специфичным методико-математическим факторам активизации обучения математике лежит через проблемные ситуации в процессе обучения математике. Однако, судя по дискуссиям в печати, нередко происходит пересмотр и переоценка содержания и многих приёмов и методов обучения вообще и математике в частности. Объектом такого обсуждения стал также метод проблемного обучения. Причём, в ходе такой переоценки высказывались, как обычно это бывает в процессе поиска наиболее оптимальных решений проблемы, весьма категорические и часто диаметрально противоположные точки зрения, которые, как правило, оказываются крайне преувеличенными, а потому далёкими от истины. В условиях, когда актуальность проблемного метода в обучении необоснованно подвергалось сомнению, стали поговаривать о «моде на проблемное обучение». В силу изложенного, а также современных проблем активизации обучения и поиска путей повышения интереса к учению, в частности, интереса к учебному предмету «Математика», на наш взгляд, необходимо вспомнить достижения в педагогике математики в 60-70-х прошлого столетия и учесть их.

* * *

Перейдём к заключительной фазе нашей работы – взаимосвязям УМД с математическим развитием.

К математической деятельности, протекающей на высоком математическом уровне, школьники не способны. Но, по исследованиям А.А. Столяра, к какой-то «математической деятельности, адекватной его уровню мышления, способен и первоклассник». Эта математическая деятельность ещё проходит «стихийно». Но с некоторого этапа необходимо начинать организацию благоприятных ситуаций для такого размышления. Разрабатывая схему выполнения операций, ученик открывает схему проекта других операций, применимых к аналогичным ситуациям, или распознаёт более эффективные моменты, или наоборот, распознаёт то, что он должен избежать.

На развитие математической деятельности оказывает своё влияние и реформа программ. Перегрузка программ материалом, также как и минимализм в этой области, может, как доказывают эксперименты, тормозить развитие математической активности учащихся. В первом случае, большой объём материала, который должен быть усвоен за определённое время, не оставляет учащимся времени для самостоятельного размышления. Минимализм ведёт к инертности и скуке.

В связи с этим необходимо вводить в практику школы активные методы обучения. Активные методы оказываются более экономичными даже и с точки зрения большого объёма содержания обучения. Время, затраченное на фундаментальные вопросы, проработанные с личным участием учащихся, – не потерянное время: новые знания приобретаются почти без затраты усилий, благодаря раннее полученному глубокому мыслительному опыту.

Среди некоторых педагогов математики бытует мнение, что «открывать» новое в математике для ученика труднее, чем заучивать готовое. Это мнение ошибочно. Школьнику легче действовать как математику: открывать самому понятия, чем заучивать их без понимания происхождения, значения и взаимной связи.

Мы должны обучать учащихся не заучивать готовый материал, а открывать заново математические истины, логически организовывать добытый опытным путём математический материал, применять теорию в различных конкретных ситуациях.

К вопросу изучения роли и места математической деятельности тесно примыкает проблема математических способностей.

Можно говорить о более способных и менее способных школьниках, т.е. «возможности» усвоения материала у них будут разные. Нельзя говорить, что различные успехи детей есть отражение уровня их способностей.

Способности формируются и развиваются в процессе обучения, в процессе упражнения, овладения соответствующей деятельностью.

В.А. Крутецкий условно подразделяет учащихся на три категории. К способным были отнесены учащиеся, быстро и легко усваивающие математический материал и приобретающие навыки выполнения математических операций, самостоятельно и в известной степени творчески мыслящие при изучении нового материала, демонстрирующие решения нестандартных задач. К группе средних по способностям были отнесены те школьники, усиленная работа которых в области математики требуют большой затраты времени и труда. Третья группа, это «относительно» неспособные к математике школьники.

Относительная неспособность к математике выражается в том, что изучение математики даётся таким учащимся с большим трудом, несмотря на старание и усердие. Они не могут рассчитывать на большой успех в математической деятельности. Такие ученики очень часто с трудом понимают объяснения учителя. Умения и навыки у них формируются с трудом, при большом числе упражнений. Часто эта «относительная» неспособность наблюдается из-за отсутствия интереса к математике. Математика «отвергается» этими учащимися не из-за скуки, а из-за особого умственного усилия, без которого не существует математической деятельности. Иногда это пассивное отношение объясняется проблемами в их знаниях и навыках.

Усиленность математической деятельности зависит не от отдельно взятой способности, а от комплекса способностей.

Рассмотрим две категории: понятие способностей с одной стороны, и умений и навыков – с другой. Эти категории взаимосвязаны и взаимозависимы. В процессе приобретения знаний, умений и навыков развиваются способности, их формирование и развитие невозможно без процесса овладения соответствующими знаниями, умениями и навыками. С другой стороны, процесс приобретения знаний, умений и навыков зависит, наряду с другими условиями и от индивидуальных способностей учащихся – способности позволяют быстрее, легче и глубже овладеть соответствующими знаниями, умениями и навыками.

Овладение умениями и навыками является одним из результатов успешной математической деятельности, а так как понятия способности, умения и навыки взаимосвязаны, то можно заключить, что исследование математических способностей, есть в некоторой степени исследование математической деятельности.

В.А. Крутецкий даёт следующее определение понятию способностей: «Под способностями к изучению математики мы понимаем индивидуальные психологические способности, отвечающие требованиям учебной математической деятельности и обуславливающие при прочих условиях успешность творческого овладения математикой, как учебным предметом, в частности, относительно быстрое, лёгкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики».

Некоторые методисты и учителя считают, что вместо отбора способных к математике школьников, необходимо заниматься изысканием возможностей максимального математического развития всех учащихся. На наш взгляд, одно будет всегда дополнять другое, так как при самых совершенных методах обучения индивидуальные различия в математических способностях всегда будут иметь место.

Математическое развитие – результат целенаправленной математической деятельности на конкретном этапе обучения, в процессе приобретения фактов, идей и методов овладения новыми умениями и навыками, создания новой цепи логических построений.

Одним из основных факторов, стимулирующих математическое развитие, является математическая деятельность, с учётом математических способностей учащихся.

С.И. Шварцбурд выделяет компоненты математического развития:

- развитие пространственных представлений;
- умение отличать существенное от несущественного, умение абстрагировать, абстрактно мыслить;
- умение от конкретной ситуации перейти к математической формулировке вопросов и наоборот, к схеме, сжато характеризующей существо дела;
- умение дедуктивно мыслить;
- умение анализировать и синтезировать, разбирать частные случаи;
- умение применять научные выводы на конкретном материале;
- умение критиковать и ставить новые вопросы;
- владение достаточно развитой математической речью;
- обладание достаточным терпением при решении задач.

Рассматривая данный перечень качеств, можно сказать, что одни качества специфичны для математической деятельности, другие имеют общее значение.

Систематическое, организованное, целенаправленное развитие всех этих качеств и свойств, обеспечит математическое развитие.

В наше время значительно возросла роль математического развития в процессе обучения. Между системой обучения и ходом умственного развития ребёнка существует тесная взаимосвязь. Практика школьного обучения требует от учителя работать над математическим развитием учащихся.

В процессе обучения необходимо формировать те структуры умственной деятельности, которые характерны для математического мышления, а именно: конкретное, абстрактное, интуитивное, функциональное, диалектическое, творческое мышления.

Традиционное обучение несколько тормозит математическое развитие. До недавнего времени считали, что математическое развитие происходит в процессе обучения стихийно. Знать одни лишь факты, это ещё не значит иметь математическое развитие. Опыт работы психологов в этом направлении показывает, что математическое развитие является не только одним из важнейших составляющих процесса познавательной деятельности, но и таким компонентом, без целенаправленного развития которого невозможно достичь эффективных результатов в обучении математике.

Математическое развитие не базируется на одних лишь аксиомах, определениях и строгих доказательствах. Оно включает в себя и многое другое: обобщение рассмотренных случаев, применение индукции, использование аналогов, развитие и выделение математического содержания в какой-то конкретной ситуации.

Математическое развитие предполагает не столько развитие у учащихся способностей к овладению фиксированными операциями и приёмами, сколько способностью к обнаружению новых связей, овладению новыми приёмами, могущими привести к решению новых задач, к овладению новыми знаниями.

Чтобы улучшить процесс математического развития учащихся, учителю необходимо:

- изучать ошибки учащихся;
- упражнять учащихся в практике самоконтроля и исправления собственных ошибок;
- отдавать предпочтение размышлению и рассуждению перед заучиванием наизусть и ограничивая роль памяти закреплением фундаментальных результатов;
- предлагать вопросы, которые в большей мере требуют математического развития, чем интенсивной тренировки заучивания фактов.

* * *

Конкретизация принципов дидактики, а именно принципов научности и проблемности, приводят к выводу о неполноте СДСПО применительно к обучению математике и дополнению её следующими двумя специфичными только для школьной математики принципами:

– принцип модернизации школьной математики – требует, чтобы школьный курс математики отражал фундаментальные идеи, логику и язык современной математики, т.е. приближение к современной математике;

– принцип модернизации методов обучения математике требует приближения методов обучения к методам самой математики, т.е. строить процесс обучения на подобие процесса исследования имитированием творческого поиска в науке математике.

Разумеется, эти принципы должны реализоваться в соответствии с уровнем мыслительной деятельности учащихся.

Анализ реформы математического образования в СССР в 60-70 годах, на наш взгляд выявил не только негативные, но и позитивные результаты. Одним из позитивных моментов явилось развитие математического мышления. Математическое развитие зависит в первую очередь, не от содержания, а от методов обучения. Понятие «Математическое развитие» подверглось нами уточнению, и оно рассмотрено во взаимосвязи с традиционным и современным обучением математике.

Выражаем надежду, что выполненная нами работа окажет помощь учителям математики в решении проблем совершенствования работы в области образования, которые, на взгляд председателя комиссии ЮНЕСКО, образование XXI века связано с четырьмя столпами образования: «научиться познавать, научиться делать, научиться жить, научиться жить вместе».

Список литературы

1. Конспекты лекций по методике преподавания математики. 1985/1986 уч. год. Лектор: А.Б. Мамхегов. Рукопись.
2. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение, 1968.
3. Столяр А.А. Педагогика математики. Минск: Высшая школа, 1976 (Изд. 2-е: 1984).
4. Столяр А.А. Вопросы теории в курсе методики преподавания математики // Современные проблемы методики преподавания математики: Сборник статей / Сост. Н.С. Антонов, В.А. Гусев. М.: Просвещение, 1985. С. 54–59.

5. Столяр А.А., Черкасов Р.С. Методика преподавания математики. М.: Просвещение, 1985.
6. Мамхегов А.Б. Обучение математике и математическое развитие. Нальчик : Республиканский дворец творчества детей и юношества Министерства образования и науки Кабардино-Балкарской Республики, 2001. 34 с.
7. Темроков И.Х. Избранные главы методики преподавания математики. Нальчик: КБГУ, 1983. 88 с.
8. Темроков И.Х., Мамхегов А.Б. Проблемные ситуации в обучении математике в средней школе. Нальчик, 1999. 46 с.
9. Темроков И.Х. Математику и адыгский этикет – в светское образование // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. Т. 8. №1. Нальчик, 2005. 143 с.
10. Темроков И.Х. О модернизации математического образования в СССР в 60-х годах и её последствиях // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. Т. 6. №2. Нальчик, 2003. 173 с.
11. Темроков И.Х. Три вопроса методики преподавания математики. Нальчик, 1994. 28 с.
12. Черкасов Р.С. История отечественного школьного математического образования // Математика в школе. 1977. №№ 2–4.

References

1. Mamkhegov A.B. Konspekty leksii po metodike prepodavaniya matematiki [Lecture notes on the methodology of teaching mathematics]. 1985–1986. Manuscript, *in Russian*.
2. Krutetskii V.A. Psikhologiya matematicheskikh sposobnostei shkol'nikov [Psychology of mathematical abilities in schoolchildren]. Moscow: Prosveshchenie, 1968, *in Russian*.
3. Stolyar A.A. Pedagogika matematiki [Pedagogy of mathematics]. Minsk, Vysheishaya shkola, 1976, 2nd ed., 1984, *in Russian*.
4. Stolyar A.A. Voprosy teorii v kurse metodiki prepodavaniya matematiki [Questions of theory in the course of mathematics teaching methodology]. In N. S. Antonov and V. A. Gusev (Eds.), *Sovremennye problemy metodiki prepodavaniya matematiki: Sbornik statei* [Contemporary problems of mathematics teaching methodology: Collection of articles], 54–59 pp., Moscow, Prosveshchenie, 1985, *in Russian*.
5. Stolyar A.A., Cherkasov R.S. Metodika prepodavaniya matematiki [Methods of teaching mathematics]. Moscow, Prosveshchenie, 1985, *in Russian*.
6. Mamkhegov A.B. Obuchenie matematike i matematicheskoe razvitie [Teaching mathematics and mathematical development], Nalchik, Republican Palace of Creativity for Children and Youth of the Ministry of

Education and Science of the Kabardino-Balkarian Republic, 2001, 34 pp., *in Russian*.

7. Temrokov I.Kh. Izbrannye glavy metodiki prepodavaniya matematiki [Selected chapters of mathematics teaching methodology]. Nalchik, Kabardino-Balkarian State University, 1983, 88 pp., *in Russian*.

8. Temrokov I.Kh., Mamkhegov A.B. Problemnye situatsii v obuchenii matematike v srednei shkole [Problem situations in mathematics teaching in secondary school]. Nalchik, 1999, 46 pp., *in Russian*.

9. Temrokov I.Kh. Matematiku i adygskii etiket v svetskoe obrazovanie [Mathematics and Adyghe etiquette in secular education]. Doklady Adygskoi (Cherkesskoi) Mezhdunarodnoi akademii nauk [Reports of the Adyghe (Cherkess) International Academy of Sciences], no. 8(1), Nalchik, 2005, 143 pp., *in Russian*.

10. Temrokov I.Kh. O modernizatsii matematicheskogo obrazovaniya v SSSR v 60-kh godakh i ee posledstviyakh [On the modernization of mathematics education in the USSR in the 1960s and its consequences]. Doklady Adygskoi (Cherkesskoi) Mezhdunarodnoi akademii nauk [Reports of the Adyghe (Cherkess) International Academy of Sciences], no. 6(2), Nalchik, 2003, 173 pp., *in Russian*.

11. Temrokov I.Kh. Tri voprosa metodiki prepodavaniya matematiki [Three questions of mathematics teaching methodology]. Nalchik, 1994, 28 pp., *in Russian*.

12. Cherkasov R.S. Istoriya otechestvennogo shkol'nogo matematicheskogo obrazovaniya [History of domestic school mathematics education], Matematika v shkole [Mathematics in School], 1977, no. 2–4., *in Russian*.