

УДК 372.8:51

Для цитирования: Мамхегов А.Б. Взаимосвязь дифференциации обучения и концепции укрупнения дидактических единиц в изучении базисных трансцендентных функций // Научно-методический журнал «Поиск научных решений». 2023. № 1. С. 54–60.

Взаимосвязь дифференциации обучения и концепции укрупнения дидактических единиц в изучении базисных трансцендентных функций

Мамхегов Астемир Билостанович

Государственное бюджетное учреждение
дополнительного профессионального образования «Центр непрерывного
повышения профессионального мастерства педагогических работников»
Министерства просвещения и науки Кабардино-Балкарской Республики

Аннотация. В работе обсуждаются логические проблемы, связанные с изучением в школе тригонометрических функций числового аргумента; предлагаются возможные пути устранения недостатков и рекомендации по изучению геометрического и аналитического подхода в построении теории тригонометрии.

Ключевые слова: тригонометрические функции; аналитическое построение теории базисных элементарных трансцендентных функций; недостатки построения теории и пути их устранения; укрупнение дидактических единиц (УДЕ); дифференциация обучения; методические рекомендации.

The interconnection between educational differentiation and the concept of enlargement of didactic units in the study of basic transcendental functions

Mamkhegov Astemir Bilostanovich

State Budgetary Institution of Additional Professional Education
"Center for Continuous Development of Professional Mastery of Teaching Staff"
of the Ministry of Enlightenment and Science of the Kabardino-Balkarian Republic

Abstract. The article discusses the logical problems associated with the study of trigonometric functions of a numerical argument in school; it suggests possible ways to eliminate shortcomings and gives recommendations for the study of geometric and analytical approaches in the construction of the theory of trigonometry.

Keywords: trigonometric functions; analytical construction of the theory of basic elementary transcendental functions; shortcomings of the theory construction and ways to eliminate them; enlargement of didactic units; educational differentiation; methodological recommendations.

В изучении базисных элементарных трансцендентных функций имеется ряд недостатков. В частности, более «простые» соответствия, выражаемые показательной и логарифмической функциями, изучаются позже, чем более «сложные», выражаемые тригонометрическими функциями. Это приводит к возрастанию трудности по усвоению материала, невозможности применения средств анализа при введении и изучении тригонометрических функций числового аргумента. Элементарные трансцендентные функции изучаются оторвано друг от друга и от идей и методов математического анализа. Отсутствует единая стержневая идея. Необходимость введения и изучения данных функций отсутствует, либо носит искусственный характер.

В результате трансцендентные функции из интересных и важных примеров, иллюстрирующих общие идеи и методы математического анализа, превращаются в навязываемый без мотивации материал.

Учащиеся «не видят» необходимость измерения углов в радианах, а в эффективности последнего убеждаются только после изучения всего тригонометрического материала. Более того, эти проблемы удваиваются в связи с определением числа π как отношения длины окружности к своему диаметру. При этом длина окружности выводится с помощью первого замечательного предела, который, соответственно, «выводится» на основе геометрических соображений. А учащиеся, знакомящиеся на факультативных и элективных курсах с неевклидовыми геометриями, узнают, что отношение длины окружности к своему диаметру не является постоянным числом, так как в этих геометриях нет понятия подобия фигур, на котором и базируется школьное определение числа π . Имеется еще ряд более «мелких» проблем в построении теории тригонометрических функций в школе [Мамхегов 1994с; 1996; 1998], [Мамхегов 2022], [Новоселов 1967], [Современные основы школьного курса математики 1980].

Все перечисленные проблемы устраняются на основе вузовской программы. Примеры аналитического построения теории тригонометрических функций содержатся в учебных пособиях для ВУЗов и учителей, написанных авторитетными математиками-методистами Н.Я. Виленкиным [Современные основы школьного курса математики 1980], А.П. Веселовым, С.Г. Гиндикиным [Веселов, Гиндикин 1984], С.И. Новоселовым [Новоселов 1967].

При этом в качестве определения берутся: 1) функциональный ряд; 2) система функциональных уравнений; 3) интеграл с переменным верхним

пределом; 4) дифференциальные уравнения; 5) непрерывные отображения специальных числовых групп. Ясно, что соответствующие варианты построения теории используют достаточно высокий математический аппарат.

Тем не менее, схему построения теории в школе на основе дифференциального уравнения гармонических колебаний, без каких-либо подробностей, указывали в своих пробных учебниках Е.С. Кочетков и Е.С. Кочеткова [Кочетков, Кочеткова 1973], а известный методист Ю.М. Колягин, перечисляя возможные подходы к построению теории, выделил указанный прием как наиболее близкий к школьной программе и имеющий перспективу при дальнейшем упрочении начал математического анализа в школе [Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики 1977].

С.Г. Гиндикин и А.П. Веселов разработали соответствующий учебный материал для учащихся, проявляющих повышенный интерес к математике. При этом они предложили этот же вариант для построения и показательной функции [Веселов, Гиндикин 1984].

Ученый-геометр и известный учитель математики В.И. Рыжик разработал вариант построения теории для классов с углубленным изучением математики. В основу теории он положил определение тангенса как интеграл с переменным верхним пределом [Рыжик 1993].

До реформы 1984 года совершенствование методики изучения тригонометрических функций числового аргумента не могло быть осуществлено в должной мере по объективным причинам. Необходимость подачи учебного материала в одном и том же виде для всех категорий учащихся практически превращала тригонометрию в самоцель, а тригонометрические функции числового аргумента не вписывались в систему начал анализа по стилю их построения. Учащимся, которым достаточны были первоначальные наглядные геометрические представления о них, обобщение на случай числового аргумента воспринималось как повторение ранее изученного, другая категория учащихся, проявляющая интерес к изучению математики, не удовлетворялась интуитивной основой, не доказанными предложениями, «привязанностью» рассматриваемых функций к геометрическим объектам и т.д. Тем временем «золотая середина» учащихся усваивала материал на удовлетворительном уровне и быстро его забывала.

Аналогичная ситуация прослеживается и при изучении показательной функции. Невозможность в школе четко определить эти функции для

иррациональных показателей приводит к конструктивному пути их введения и изучения. В результате одни и те же свойства несколько раз «передоказываются» в связи с каждым обобщением показателя, а «обоснование» теории в 11 классе носит искусственный характер, не вполне отвечает заявленной локальной дедукции и не оправдывает поставленную цель.

Такое положение со временем изменилось. Проблемы дифференциации и индивидуализации обучения выявили необходимость пересмотра не только методов и приемов обучения, но и содержания программ. К отбору материала можно и нужно подходить не только с точки зрения его значимости в самой математике, но и с учетом наклонностей обучаемого, специфики будущей профессии, некоторых межпредметных связей, отошедших в последнее время на второй план, и т.д.

На наш взгляд, необходимо воспользоваться идеями и соображениями, выдвинутыми в работах по дифференциации обучения и технологии реализации концепции П.М. Эрдниева по укрупнению дидактических единиц (УДЕ) [Эрдниев 1992].

Предлагается следующая схема, опробованная на внеклассных занятиях в школах г. Нальчика и Республиканском дворце творчества детей и юношества.

На базе простейших алгебраических функций, изучаемых в неполной школе элементарными средствами, в начале 10 класса рассматриваются понятия и методы начал анализа, т.е. проводится взаимосвязанное изучение производной, интеграла и простейших дифференциальных уравнений на базе указанных функций. А в курсе геометрии изучаются тригонометрические функции углового аргумента в соответствии с программой. Затем на основе дифференциальных уравнений естественного роста (убывания) и гармонических колебаний, вводятся, соответственно, показательная и тригонометрические функции, а изучаются они, а также обратные им функции, с помощью средств и методов начал анализа. Такая схема объединения родственных разделов и их изучения с единых позиций отвечает идеям и духу технологии обучения с помощью УДЕ, устраняет недостатки, описанные выше. При этом повышается функциональная и алгебраическая культура учащихся, высвобождается время, которое можно уделить повышению уровня умений и навыков учащихся.

В результате экспериментальных исследований получены следующие выводы. При внутренней (уровневой) дифференциации имеющиеся

модификации традиционной методики достаточны только для массовой школы. При внешней (профильной) дифференциации целесообразно использовать аналитический путь построения темы при углубленном изучении, осуществить полный переход на геометрический путь изложения в технических классах, считать достаточным материал о тригонометрии треугольника в гуманитарных классах. Более подробно затронутая проблема обсуждается в других наших публикациях [Мамхегов 1993, 1994а, 1994б, 1994с, 1996, 1998, 2001, 2022].

Список литературы

1. Веселов А.П., Гиндикин С.Г. Элементарные функции // Квант. 1984. № 9. С. 9-14.
2. Кочетков Е.С., Кочеткова Е.С. Алгебра и начала анализа. 10 класс. Пробный учебник. 2-е изд., перераб. М. : Просвещение, 1974. – 200 с.
3. Кочетков Е.С., Кочеткова Е.С. Алгебра и начала анализа. 10 класс. Пробный учебник для 9 класса средней школы. Изд. 2-ое, перераб. М. : Просвещение, 1973. 263с.
4. Мамхегов А.Б. Об одном способе построения школьной тригонометрии // Научные труды МПГУ им. В.И. Ленина / Серия: естественные науки. М. : Прометей, 1993. С. 133-143.
5. Мамхегов А.Б. К изучению тригонометрических функций в классах с углубленным изучением математики // Преподавание математики в школе и вузе: проблемы и перспективы. Тезисы докладов Герценовских чтений, посвященных 75-летию кафедры методики преподавания математики и факультета математики. СПб. : Образование, 1994а. С. 36-37.
6. Мамхегов А.Б. Изучение тригонометрических функций в условиях дифференциации вузовского обучения // Международная конференция «Подготовка преподавателя математики и информатики для высшей и средней школы». В 2-х ч. М. : МПГУ, 1994б Ч.2. С. 102-103.
7. Мамхегов А.Б. Углубленное изучение тригонометрических функций // Математика в школе 1994с. № 3. С. 26-31.
8. Мамхегов А.Б. Тригонометрические функции в школьной математике без обращения к геометрии // Вестник КБГУ. Серия: естественные науки. Нальчик : Каб-Балк. ун-т, 1996. С. 89-96.
9. Мамхегов А.Б. К методике изучения тригонометрических функций в условиях многоуровневого вузовского образования и дифференциации обучения в школе // Вестник КБГУ. Серия: математические науки. Выпуск II. Нальчик : Каб.- Балк. ун-т, 1998. С. 72-76.
10. Мамхегов А.Б. Исследовательские задания для учащихся по тригонометрии // Тезисы докладов конференции «Университетская конференция-2001» (X Научно-методическая конференция: структура и

содержание обучения в специализированных школах и классах). СПб. : Академическая гимназия СПбГУ, 2001. С. 10-12.

11. Мамхегов А.Б. К проблеме выбора способа построения теории тригонометрических функций в ВУЗе и школе // Педагогический вестник. Выпуск 5. Нальчик : Каб.-Балк.ун-т, 2022. С.8-37.

12. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Е.Л. Мокрушин и др. М. : Просвещение, 1977. 480 с.

13. Новоселов С.И. Специальный курс тригонометрии. 5-е изд. М. : Высшая школа, 1967. 336 с.

14. Рыжик В.И. 25000 уроков математики. М. : Просвещение, 1993. 240 с.

15. Современные основы школьного курса математики / Н.Я. Виленкин, К.И. Дуничев, Л.А. Калужин и др. М. : Просвещение, 1980. 240 с.

16. Эрдниев П.М. Укрупнение дидактических единиц как технология обучения : В двух частях / П. М. Эрдниев. Том Часть 1. М. : Акционерное общество «Издательство «Просвещение», 1992. 175 с.

References

1. Veselov A.P., Gindikin S.G. Ehlementarnye funktsii [Elementary functions]. *Kvant*, 1984, no. 9, pp. 9-14.

2. Kochetkov E.S., Kochetkova E.S. Algebra i nachala analiza. 10 klass [Algebra and laws of mathematical analysis for the 10th grade]. Moscow, Prosveshchenie, 1974, 200 p.

3. Kochetkov E.S., Kochetkova E.S. Algebra i nachala analiza. 10 klass. Probnyi uchebnik dlya 9-g klassa srednei shkoly. [Algebra and laws of mathematical analysis for the 10th grade. Pilot textbook for the 9th grade of secondary school] Moscow, Prosveshchenie, 1973, 263 p.

4. Mamkhegov A.B. Ob odnom sposobe postroeniya shkol'noi trigonometrii [About one way of the formation of the school trigonometry course]. *Nauchnye trudy Moskovskogo pedagogicheskogo universiteta imeni V.I. Lenina. Seriya: estestvennye nauki*. Moscow, Prometei, 1993, pp. 133-143.

5. Mamkhegov A.B. K izucheniyu trigonometricheskikh funktsii v klassakh s uglublennym izucheniem matematiki [To the subject of the studying trigonometric functions in classes with advanced curriculum in Mathematics]. *Prepodavanie matematiki v shkole i vuze: problemy i perspektivy. Tezisy dokladov Gertsensovskikh chtenii, posvyashchennykh 75-letiyu kafedry metodiki prepodavaniya matematiki i fakul'teta matematiki [Abstract of Papers]*. Saint Petersburg, Obrazovanie, 1994, pp. 36-37.

6. Mamkhegov A.B. Izuchenie trigonometricheskikh funktsii v usloviyakh differentsiatsii vuzovskogo obucheniya [Studying trigonometric functions in the context of educational differentiation in universities]. *Mezhdunarodnaya*

konferentsiya "Podgotovka prepodavatelya matematiki i informatiki dlya vysshei i srednei shkoly" [International Conference "Training for Mathematics and Information and Communications Technology teacher for higher and secondary schools"]. Chast' 2 [Part 2]. Moscow. Moskovskii pedagogicheskii gosudarstvennyi universitet [Moscow State Pedagogical University], 1994, pp. 102-103.

7. Mamkhegov A.B. Uglublennoe izuchenie trigonometricheskikh funktsii [Advanced studying of trigonometric functions]. *Matematika v shkole [Mathematics at school]*, 1994, no. 3. pp. 26-31.

8. Mamkhegov A.B. Trigonometricheskie funktsii v shkol'noi matematike bez obrashcheniya k geometrii [Trigonometric functions in school mathematics course without referring to geometry]. *Vestnik Kabardino-Balkarskogo gosudarstvennogo universiteta*, 1996, iss. 2, pp. 89-96.

9. Mamkhegov A.B. K metodike izucheniya trigonometricheskikh funktsii v usloviyakh mnogourovneвого vuzovskogo obrazovaniya i differentsiatsii obucheniya v shkole [To the subject of the methodology of studying trigonometric functions in conditions of multilevel system of higher education and educational differentiation in school]. *Vestnik Kabardino-Balkarskogo gosudarstvennogo universiteta*, 1998, iss. 2, pp. 72-76.

10. Mamkhegov A.B. Issledovatel'skie zadaniya dlya uchashchikhsya po trigonometrii [Research assignments for students in trigonometry]. *Tezisy dokladov konferentsii «Universitetskaya Konferentsiya-200» [Abstract of Papers of the Conference "University Conference 2001"]*. Saint Petersburg, Akademicheskaya gimnaziya Sankt-Peterburgskogo universiteta, 2001, pp. 10-12.

11. Mamkhegov A.B. K probleme vybora sposoba postroeniya teorii trigonometricheskikh funktsii v vuze i shkole [To the subject of the problem of choosing the method of constructing the theory of trigonometric functions in higher education and school education]. *Pedagogicheskii vestnik Kabardino-Balkarskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2022, iss. 5 pp. 8-37.

12. Kolyagin Yu.M., Lukankin G.L., Mokrushin E.L. e al. Metodika prepodavaniya matematiki v srednei shkole. Chastnye metodiki [Methods of teaching mathematics in secondary school. Particular methods]. Moscow, Prosveshchenie, 1977, 480 p.

13. Novoselov S.I. Spetsial'nyi kurs trigonometrii [Specialized course in trigonometry]. Moscow, Vysshaya shkola, 1967, 336 p.

14. P Ryzhik V.I. 25000 urokov matematiki [25,000 math lessons]. Moscow, Prosveshchenie, 1993, 240 p.

15. Vilenkin N.Ya., Dunichev K.I., Kaluzhin L.A. e al. Sovremennye osnovy shkol'nogo kursa matematiki [Modern basics of the mathematics school course], Moscow, Prosveshchenie, 1980, 240 p.

16. Ehrdniev P.M. Ukrupnenie didakticheskikh edinit kak tekhnologiya obucheniya. Chast' 1 [Enlargement of didactic units as an educational technology. Part 1]. Moscow, Prosveshchenie, 1992, 175 p.